مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: مدخل إلى الدالّة التربيعيّة

الصف التاسع

شرح: ما هي الدالّة التربيعيّة؟

الدالّة التربيعيّة هي دالّة يمكن كتابتها على الشكل:

$$y = ax^2 + bx + c$$

حيث a وb وc أعداد، و $a \neq 0$. أي يجب أن يظهر x^2 في الدالّة.

- a هو معامل x^2 ، وb هو معامل x، وc هو الحدّ الحرّ.
- في الدالّة الخطّيّة $y = mx + b$ لا يظهر x^2 ، لذلك هي ليست دالّة تربيعيّة.

مثال محلول

- $y = 2x^2 - 3x + 1$ دالّة تربيعيّة، فيها: $a = 2$ ، $b = -3$ ، $c = 1$.
- $y = x^2 - 5$ دالّة تربيعيّة، فيها: $a = 1$ ، $b = 0$ ، $c = -5$.
- $y = 4x + 7$ دالّة خطّيّة، لأنّ x^2 لا يظهر فيها.

1. اكتب نوع كلّ دالّة: تربيعيّة أو خطّيّة. للدالّة التربيعيّة اكتب أيضًا a وb وc.

	الدالّة	نوع الدالّة	a	b	c
أ	$y = x^2 + 5$				
ب	$y = 4x - 1$				
ج	$y = 3x^2 - 2x$				
د	$y = -x^2 + x + 6$				
هـ	$y = 7 - 2x$				
و	$y = 2x^2$				

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

شرح: جدول القيم والرسم البيانيّ

لرسم دالّة نختار قيمًا لـ x، ونعوّض كلّ قيمة في الدالّة فنجد قيمة y. كلّ زوج (x, y) هو نقطة في هيئة المحاور.

تذكير: مربّع العدد السالب هو عدد موجب، مثلًا: $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$.

مثال محلول

في الدالّة $y = x^2$ نعوّض $x = -2$ ، فنحصل على $y = (-2)^2 = 4$.

إذن النقطة $(-2, 4)$ تقع على الرسم البيانيّ للدالّة.

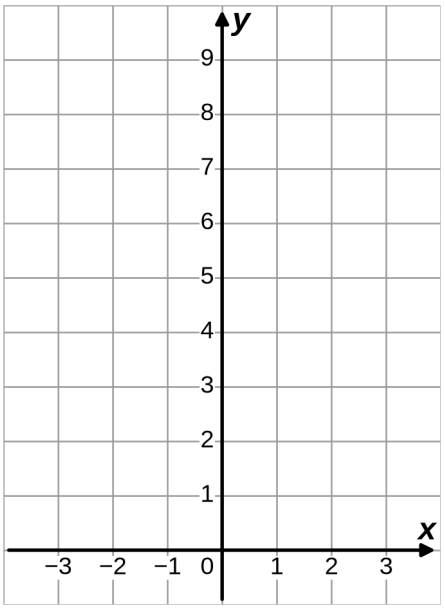
- نصل النقاط بخطّ منحنٍ أملس، وليس بالمسطرة.
- الرسم البيانيّ للدالّة التربيعيّة يسمّى قطعًا مكافئًا.

2. أمامك الدالّة $y = x^2$.

أ. أكمل جدول القيم.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2$		4					

ب. عيّن النقاط في هيئة المحاور، ثمّ صلها بخطّ منحنٍ أملس.



ج. ما هي أدنى نقطة في الرسم البيانيّ؟

(_____ , _____)

د. اكتب نقطتين على الرسم البيانيّ لهما نفس قيمة y.

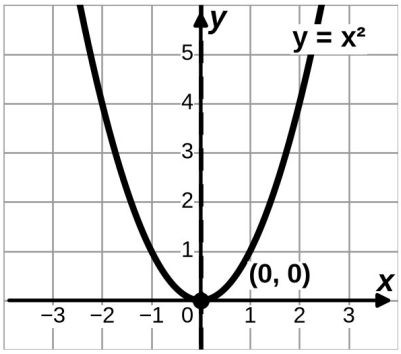
(_____ , _____)

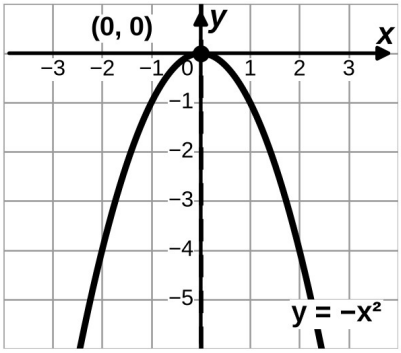
(_____ , _____)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

شرح: الرأس، محور التماثل، واتّجاه الفتح

- رأس القطع المكافئ هو النقطة التي يغيّر فيها الرسم البيانيّ اتّجاهه.
- محور التماثل هو مستقيم عموديّ يمرّ في الرأس، ويقسم القطع المكافئ إلى قسمين متطابقين.
- إذا كان $a > 0$ ، فالقطع المكافئ مفتوح إلى الأعلى، والرأس نقطة نهاية صغرى (أدنى نقطة).
- إذا كان $a < 0$ ، فالقطع المكافئ مفتوح إلى الأسفل، والرأس نقطة نهاية عظمى (أعلى نقطة).





في الرسمين: الرأس هو $(0, 0)$ ، ومحور التماثل هو المستقيم $x = 0$ (المحور y).

$y = x^2$: هنا $a = 1 > 0$ ، لذلك القطع مفتوح إلى الأعلى.

$y = -x^2$: هنا $a = -1 < 0$ ، لذلك القطع مفتوح إلى الأسفل.

3. أكمل الجدول دون أن ترسم.

الدالّة	قيمة a	مفتوح إلى الأعلى أو إلى الأسفل	الرأس نقطة نهاية صغرى أو عظمى
$y = 3x^2$			
$y = -2x^2 + 1$			
$y = x^2 - 4x + 7$			
$y = 5 - x^2$			
$y = -x^2 + 3x$			

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

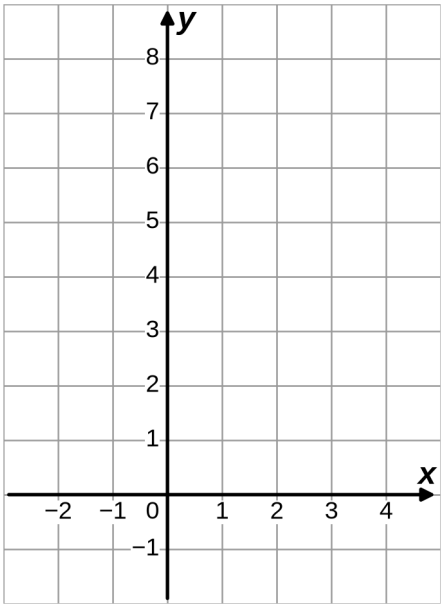
4. أمامك الدالّة $y = x^2 - 2x$.

أ. أكمل جدول القيم. انتبه إلى المثال:

$x = -2 \ : \ y = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) = 4 + 4 = 8$

x	−2	−1	0	1	2	3	4
$y = x^2 - 2x$	8						

ب. ارسم الرسم البيانيّ للدالّة في هيئة المحاور.



ج. جد رأس القطع المكافئ.

(_____ , _____)

د. اكتب معادلة محور التماثل.

_____ = x

هـ. هل الرأس نقطة نهاية صغرى أم نقطة نهاية عظمى؟

.....

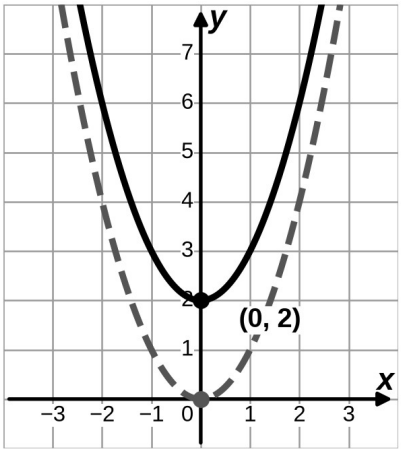
© المعلّمة كرستين عيد برانسي

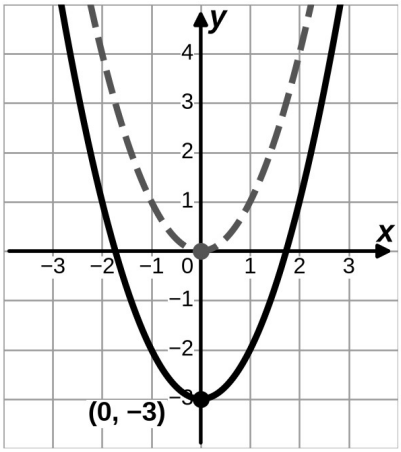
شرح: الدالّة $y = x^2 + c$

الرسم البيانيّ للدالّة $y = x^2 + c$ هو القطع المكافئ $y = x^2$ بعد إزاحته:

- إذا كان $c > 0$ ، فالإزاحة c وحدات إلى الأعلى.
- إذا كان $c < 0$ ، فالإزاحة إلى الأسفل.
- رأس القطع المكافئ $y = x^2 + c$ هو النقطة $(0, c)$ ، ومحور التماثل هو $x = 0$.

مثال محلول





رأس $y = x^2 + 2$ هو $(0, 2)$ ، ورأس $y = x^2 - 3$ هو $(0, -3)$.

وكذلك رأس $y = -x^2 + c$ هو $(0, c)$ ، لكنّ القطع مفتوح إلى الأسفل.

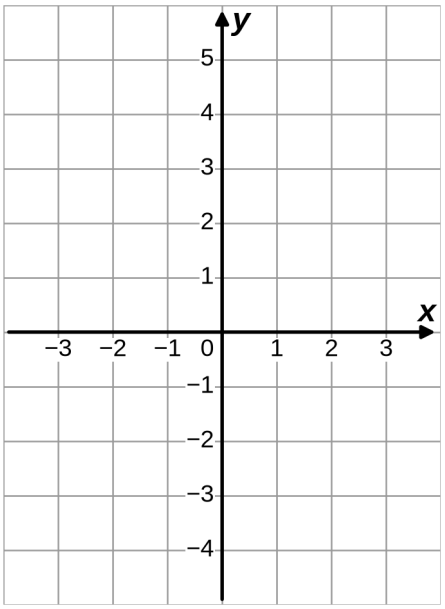
© المعلّمة كرستين عيد برانسي

5. أمامك الدالّة $y = x^2 - 4$.

أ. أكمل جدول القيم.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2 - 4$							

ب. ارسم الرسم البيانيّ للدالّة في هيئة المحاور.



ج. جد رأس القطع المكافئ.

(_____ , _____)

د. جد نقطتي تقاطع القطع المكافئ مع المحور x.

(_____ , _____)

(_____ , _____)

هـ. جد نقطة تقاطع القطع المكافئ مع المحور y.

(_____ , _____)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

6. أكمل الجدول.

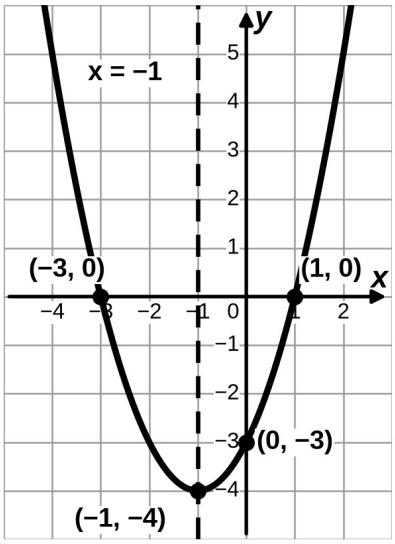
الدالّة	الرأس	مفتوح إلى الأعلى أو إلى الأسفل
$y = x^2 + 3$	(_____ , _____)	
$y = x^2 - 1$	(_____ , _____)	
$y = -x^2 + 4$	(_____ , _____)	
$y = -x^2 - 2$	(_____ , _____)	
$y = 6 - x^2$	(_____ , _____)	

ز. ضع دائرة حول الدالّة التي رأسها النقطة $(0, -5)$.

$y = x^2 + 5$ $y = -5x^2$ $y = x^2 - 5$ $y = 5x^2$

شرح: قراءة الرسم البيانيّ للقطع المكافئ

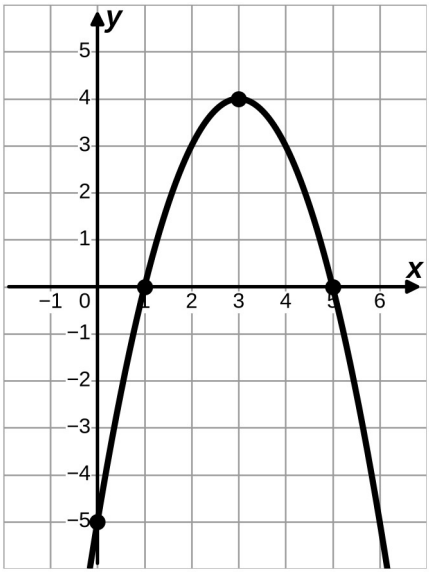
مثال محلول: أمامك الرسم البيانيّ للدالّة $y = x^2 + 2x - 3$.



- الرأس: $(-1, -4)$. القطع مفتوح إلى الأعلى، لذلك الرأس نقطة نهاية صغرى.
- محور التماثل: $x = -1$.
- التقاطع مع المحور x (فيه $y = 0$): النقطتان $(-3, 0)$ و $(1, 0)$.
- التقاطع مع المحور y (فيه $x = 0$): النقطة $(0, -3)$.
- مجال التنازل: $x < -1$. هنا تصغر قيم y كلّما كبرت قيم x.
- مجال التصاعد: $x > -1$. هنا تكبر قيم y كلّما كبرت قيم x.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. أمامك الرسم البيانيّ لقطع مكافئ. اعتمد على الرسم وأجب.



أ. هل القطع المكافئ مفتوح إلى الأعلى أم إلى الأسفل؟

.....

ب. جد رأس القطع المكافئ. هل هو نقطة نهاية صغرى أم نقطة نهاية عظمى؟

(_____ , _____)

.....

ج. اكتب معادلة محور التماثل.

_____ = x

د. جد نقطتي التقاطع مع المحور x.

(_____ , _____) (_____ , _____)

هـ. جد نقطة التقاطع مع المحور y.

(_____ , _____)

و. اكتب مجال التصاعد ومجال التنازل.

مجال التصاعد: _____

مجال التنازل: _____

8. محور التماثل لقطع مكافئ هو المستقيم $x = 2$ ، والنقطة $(-1, 5)$ تقع على القطع المكافئ.

أ. جد نقطة أخرى على القطع المكافئ لها نفس قيمة y.

(_____ , _____)

ب. رأس هذا القطع المكافئ هو النقطة $(-3, 2)$. ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

القطع المكافئ مفتوح: إلى الأعلى إلى الأسفل

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

شرح: هل تقع النقطة على القطع المكافئ؟

نعوّض الإحداثيّ x للنقطة في الدالّة ونحسب y. إذا حصلنا على الإحداثيّ y للنقطة، فالنقطة تقع على القطع المكافئ، وإلّا فهي لا تقع عليه.

مثال محلول: الدالّة $\{y = x^2 - 3\}$

- النقطة $(2, 1)$: $2^2 - 3 = 4 - 3 = 1$ ، إذن النقطة تقع على القطع المكافئ.
- النقطة $(-1, 2)$: $(-1)^2 - 3 = -2$ ، و $-2 \neq 2$ ، إذن النقطة لا تقع على القطع المكافئ.
- النقطة $(4, k)$ تقع على القطع المكافئ. نعوّض $x = 4$:

$$k = 4^2 - 3 = 16 - 3 = 13$$

9. أمامك الدالّة $y = x^2 + 2x$. افحص هل تقع كلّ نقطة على الرسم البيانيّ للدالّة، واكتب في العمود الأخير: نعم أو لا.

النقطة	الحساب	نعم أو لا
(1, 3)		
(−2, 0)		
(3, 12)		
(−1, 1)		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

10. النقاط الآتية تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $y = 2x^2 - 1$. جد الإحداثيّ الناقص.

أ. $(3, k)$

$k =$ _____

ب. $(-2, k)$

$k =$ _____

ج. $(m, 31)$ ، حيث $m > 0$.

$m =$ _____

---

11. رُميت كرة إلى الأعلى. ارتفاع الكرة عن الأرض (بالأمتار) بعد t ثوانٍ يُعطى بالدالّة:

$h = -t^2 + 6t$

أ. أكمل الجدول.

t	0	1	2	3	4	5	6
h							

ب. ما أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة؟ وبعد كم ثانية من رميها؟

ج. بعد كم ثانية تعود الكرة إلى الأرض؟

د. بعد كم ثانية كان ارتفاع الكرة 5 أمتار؟ (توجد إجابتان.)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

12. حديقة مستطيلة الشكل محيطها 20 مترًا. طول أحد أضلاعها x مترًا، ومساحتها S (بالمتر المربّع) تُعطى بالدالّة:

$S = -x^2 + 10x$

أ. أكمل الجدول.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S	9								

ب. لأيّ قيمة x تكون مساحة الحديقة أكبر ما يمكن؟ وما هي هذه المساحة؟

.....

ج. ما شكل الحديقة عندئذٍ؟

.....

د. لأيّ قيمتين x تكون مساحة الحديقة 16 مترًا مربّعًا؟

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

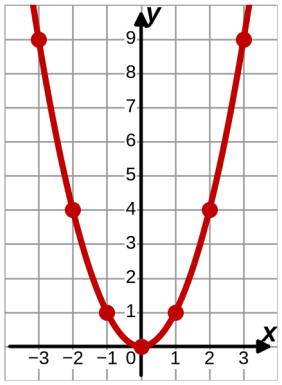
السؤال 1

	الدالّة	نوع الدالّة	a	b	c
أ	$y = x^2 + 5$	تربيعيّة	1	0	5
ب	$y = 4x - 1$	خطّيّة			
ج	$y = 3x^2 - 2x$	تربيعيّة	3	−2	0
د	$y = -x^2 + x + 6$	تربيعيّة	−1	1	6
هـ	$y = 7 - 2x$	خطّيّة			
و	$y = 2x^2$	تربيعيّة	2	0	0

السؤال 2

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

ب. الرسم:



ج. أدنى نقطة هي $(0, 0)$ (الرأس).

د. مثلًا $(-2, 4)$ و $(2, 4)$ ، أو $(-3, 9)$ و $(3, 9)$ ، أو $(-1, 1)$ و $(1, 1)$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

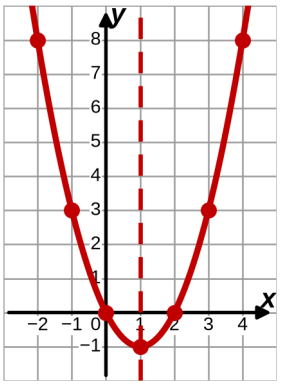
السؤال 3

الدالّة	قيمة a	مفتوح إلى الأعلى أو إلى الأسفل	الرأس نقطة نهاية صغرى أو عظمى
$y = 3x^2$	3	إلى الأعلى	صغرى
$y = -2x^2 + 1$	−2	إلى الأسفل	عظمى
$y = x^2 - 4x + 7$	1	إلى الأعلى	صغرى
$y = 5 - x^2$	−1	إلى الأسفل	عظمى
$y = -x^2 + 3x$	−1	إلى الأسفل	عظمى

السؤال 4

x	−2	−1	0	1	2	3	4
$y = x^2 - 2x$	8	3	0	−1	0	3	8

ب. الرسم:



ج. الرأس $(1, -1)$. د. محور التماثل $x = 1$.

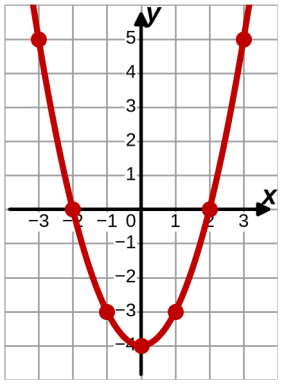
هـ. نقطة نهاية صغرى، لأنّ $a = 1 > 0$ (القطع مفتوح إلى الأعلى).

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 5

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2 - 4$	5	0	−3	−4	−3	0	5

ب. الرسم:



ج. الرأس $(0, -4)$.

د. التقاطع مع المحور x: $(-2, 0)$ و $(2, 0)$. هـ. التقاطع مع المحور y: $(0, -4)$.

السؤال 6

الدالّة	الرأس	مفتوح إلى الأعلى أو إلى الأسفل
$y = x^2 + 3$	(0, 3)	إلى الأعلى
$y = x^2 - 1$	(0, −1)	إلى الأعلى
$y = -x^2 + 4$	(0, 4)	إلى الأسفل
$y = -x^2 - 2$	(0, −2)	إلى الأسفل
$y = 6 - x^2$	(0, 6)	إلى الأسفل

ز. $y = x^2 - 5$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 7

أ. مفتوح إلى الأسفل.

ب. الرأس $(3, 4)$ ، وهو نقطة نهاية عظمى.

ج. محور التماثل $x = 3$.

د. $(1, 0)$ و $(5, 0)$.

هـ. $(0, -5)$.

و. مجال التصاعد: $x < 3$. مجال التنازل: $x > 3$.

الرسم هو الرسم البيانيّ للدالّة $y = -x^2 + 6x - 5$.

السؤال 8

أ. النقطة $(-1, 5)$ تبعد 3 وحدات عن محور التماثل $x = 2$ إلى اليسار، فالنقطة المقابلة تبعد 3 وحدات إلى اليمين: $(5, 5)$.

ب. إلى الأعلى، لأنّ النقطة $(-1, 5)$ أعلى من الرأس $(2, -3)$ ، فالرأس نقطة نهاية صغرى.

السؤال 9

النقطة	الحساب	نعم أو لا
$(1, 3)$	$1^2 + 2 \cdot 1 = 3$	نعم
$(-2, 0)$	$(-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0$	نعم
$(3, 12)$	$3^2 + 2 \cdot 3 = 9 + 6 = 15 \neq 12$	لا
$(-1, 1)$	$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) = 1 - 2 = -1 \neq 1$	لا

السؤال 10

أ. $k = 2 \cdot 3^2 - 1 = 18 - 1 = 17$

ب. $k = 2 \cdot (-2)^2 - 1 = 8 - 1 = 7$

ج. $2m^2 - 1 = 31 \rightarrow 2m^2 = 32 \rightarrow m^2 = 16 \rightarrow m = 4$

السؤال 11

t	0	1	2	3	4	5	6
h	0	5	8	9	8	5	0

ب. أقصى ارتفاع 9 أمتار، بعد 3 ثوانٍ من رميها.

ج. بعد 6 ثوانٍ (عندها $h = 0$).

د. بعد ثانية واحدة، وبعد 5 ثوانٍ.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 12

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S	9	16	21	24	25	24	21	16	9

ب. عندما $x = 5$ ، والمساحة القصوى 25 مترًا مربّعًا.

ج. مربّع طول ضلعه 5 أمتار.

د. $x = 2$ أو $x = 8$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي