مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 NAZARETH 16101 נצרת
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل إضافيّة: تشابه المثلّثات

الصف التاسع

تذكير: نظريّات التشابه

زاوية – زاوية (ز.ز): إذا كانت زاويتان في مثلّث مساويتين لزاويتين في مثلّث آخر، فالمثلّثان متشابهان.

ضلع – زاوية – ضلع (ض.ز.ض): إذا تناسب ضلعان في مثلّث مع ضلعين في مثلّث آخر، وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متساويتين، فالمثلّثان متشابهان.

ضلع – ضلع – ضلع (ض.ض.ض): إذا تناسبت أضلاع مثلّث مع أضلاع مثلّث آخر، فالمثلّثان متشابهان.

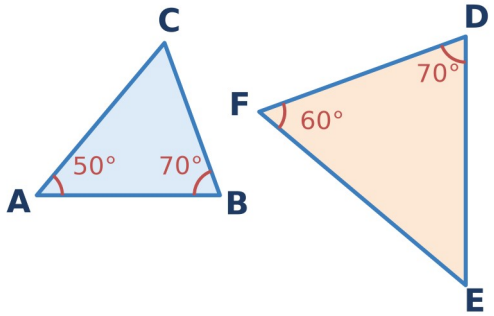
في المثلّثين المتشابهين: الزوايا المتناظرة متساوية، والأضلاع المتناظرة متناسبة. تُسمّى النسبة بين الأضلاع المتناظرة **نسبة التشابه**.

نكتب التشابه حسب ترتيب الرؤوس المتناظرة. جميع الأطوال في هذه الورقة بالسنتيمتر، إلّا إذا ذُكر غير ذلك.

أوّلًا: هل المثلّثان متشابهان؟

في الأسئلة من 1 إلى 4: حدِّد هل المثلّثان متشابهان. إذا كانا متشابهين، فاكتب نظريّة التشابه التي استعملتها، واكتب التشابه بكتابة رياضيّة حسب ترتيب الرؤوس.

1. المعطيات في الرسم:



$\measuredangle A = 50°$, $\measuredangle B = 70°$

$\measuredangle D = 70°$, $\measuredangle F = 60°$

أ) احسب الزاوية C والزاوية E.

$\measuredangle E =$ _____ $\measuredangle C =$ _____

ب) هل المثلّثان متشابهان؟ _____

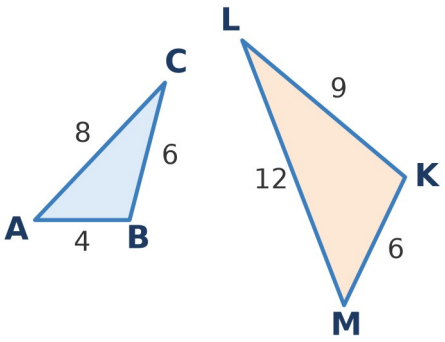
ت) نظريّة التشابه: _____

ث) التشابه:

$\Delta ABC \sim \Delta$_____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. أطوال أضلاع المثلّثين معطاة في الرسم.



أ) احسب النسب بين الأضلاع المتناظرة (من الأقصر إلى الأطول).

_____

ب) هل المثلّثان متشابهان؟ _____

ت) نظريّة التشابه: _____

ث) التشابه:

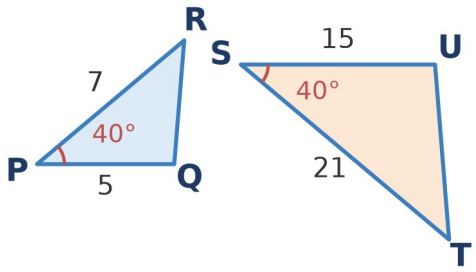
_____ Δ ~ ΔABC

ج) جِد نسبة التشابه بين المثلّث الكبير والمثلّث الصغير.

k = _____

---

3. المعطيات في الرسم:



PQ = 5, PR = 7, SU = 15, ST = 21

∢P = ∢S = 40°

أ) احسب النسبتين بين الضلعين المتناظرين.

_____

ب) هل المثلّثان متشابهان؟ _____

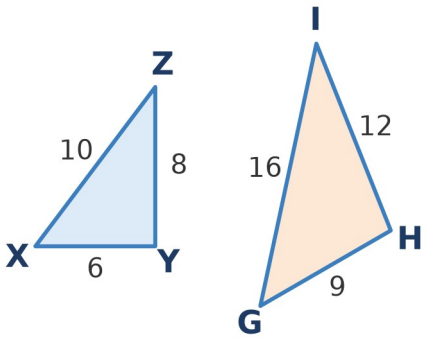
ت) نظريّة التشابه: _____

ث) التشابه:

_____ Δ ~ ΔPQR

---

4. أطوال أضلاع المثلّثين معطاة في الرسم.



أ) رتِّب أضلاع كلّ مثلّث من الأقصر إلى الأطول، واحسب النسب بين الأضلاع المتناظرة.

_____

ب) هل المثلّثان متشابهان؟ علِّل.

_____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: كتابة التشابه وإيجاد أطوال الأضلاع

5. معطى:

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

أ) أكمِل الزوايا المتساوية:

$\measuredangle A = \measuredangle$____ , $\measuredangle B = \measuredangle$____ , $\measuredangle C = \measuredangle$____

ب) أكمِل تناسب الأضلاع:

$$\frac{AB}{\square} = \frac{\square}{EF} = \frac{AC}{\square}$$

ت) معطى أيضًا:

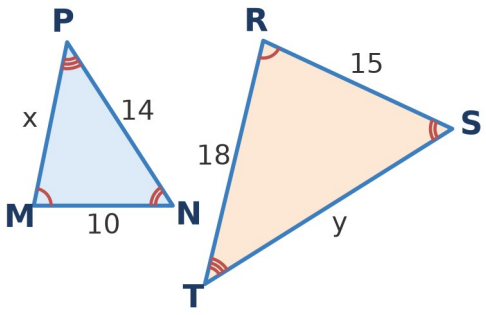
$AB = 6, \quad DE = 9, \quad BC = 8, \quad DF = 12$

احسب نسبة التشابه، ثمّ احسب طول الضلع EF وطول الضلع AC.

$k =$ _____ $EF =$ _____ $AC =$ _____

---

6. المثلّثان MNP و RST متشابهان. الزوايا المتساوية مُشار إليها بالعلامة نفسها.



أ) اكتب التشابه حسب ترتيب الرؤوس:

$\Delta MNP \sim \Delta$_____

ب) احسب نسبة التشابه:

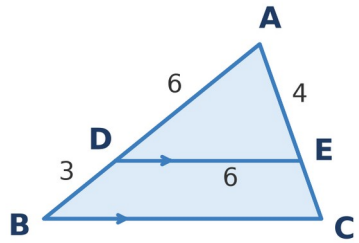
$k =$ _____

ت) احسب x و y:

$y =$ _____ $x =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. في المثلّث ABC: النقطة D على الضلع AB، والنقطة E على الضلع AC.



DE || BC, AD = 6, DB = 3, AE = 4, DE = 6

أ) علِّل لماذا المثلّث ADE يشابه المثلّث ABC.

_____

_____

ب) اكتب التشابه حسب ترتيب الرؤوس:

ΔADE ~ Δ_____

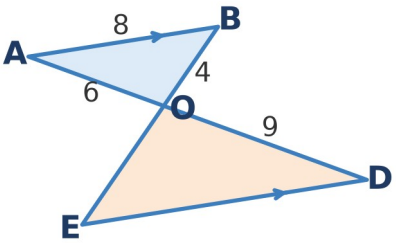
ت) احسب طول الضلع BC:

BC = _____

ث) احسب طول القطعة EC:

EC = _____

8. القطعتان AD و BE تتقاطعان في النقطة O.



AB || DE, AO = 6, OD = 9, AB = 8, BO = 4

أ) برهِن أنّ المثلّث AOB يشابه المثلّث DOE.

_____

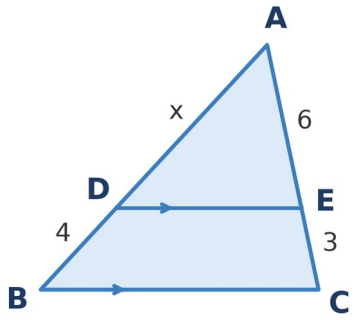
_____

ب) احسب طول القطعة DE وطول القطعة OE.

OE = _____ DE = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. في المثلّث ABC:



DE || BC, AD = x, DB = 4, AE = 6, EC = 3

أ) أكمِل التناسب:

$$\frac{x}{\square} = \frac{6}{\square}$$

ب) حُلّ المعادلة وجِد قيمة x:

x = _____

ت) احسب طول الضلع AB:

AB = _____

ثالثًا: نسبة المحيطين ونسبة المساحتين

إذا كانت نسبة التشابه بين مثلّثين k، فإنّ نسبة محيطيهما تساوي k أيضًا، ونسبة مساحتيهما تساوي k^2.

10. معطى:

ΔABC ~ ΔDEF, AB = 4, DE = 10

محيط المثلّث ABC هو 18 سم.

أ) احسب نسبة التشابه بين المثلّث DEF والمثلّث ABC.

k = _____

ب) احسب محيط المثلّث DEF.

---

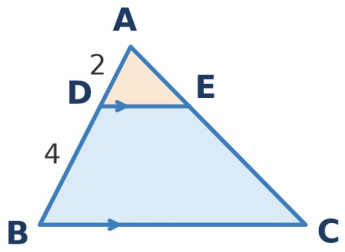
11. أطوال أضلاع مثلّث هي: 5 سم، 7 سم، 9 سم. في مثلّث آخر مشابه له، طول أطول ضلع هو 27 سم.

أ) احسب طولَي الضلعين الآخرين في المثلّث الثاني.

ب) احسب محيط كلّ مثلّث، وتحقّق أنّ نسبة المحيطين تساوي نسبة التشابه.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

12. (تحدٍّ) في المثلّث ABC:



DE || BC, AD = 2, DB = 4

مساحة المثلّث ADE (الملوّن) هي 5 سنتيمترات مربّعة.

أ) احسب نسبة التشابه بين المثلّث ABC والمثلّث ADE.

k = _____

ب) احسب مساحة المثلّث ABC.

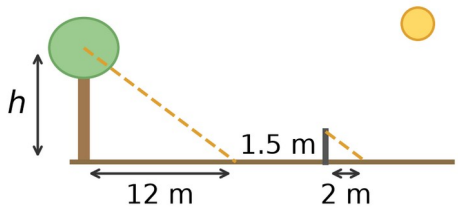
_____

ت) احسب مساحة شبه المنحرف DBCE.

_____

رابعًا: مسائل تطبيقيّة

13. في ساعة معيّنة، تُلقي عصا عموديّة طولها 1.5 م ظلًّا طوله 2 م. في الساعة نفسها، تُلقي شجرة ظلًّا طوله 12 م.



أ) اشرح لماذا يشابه المثلّثُ الذي تكوّنه العصا وظلُّها المثلّثَ الذي تكوّنه الشجرة وظلُّها.

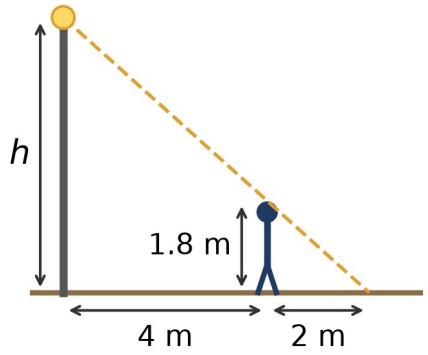
_____

_____

ب) احسب ارتفاع الشجرة h (بالأمتار).

h = _____

14. يقف سامي على بُعد 4 م من عمود إنارة. طول سامي 1.8 م، وطول ظلّه على الأرض 2 م.



أ) أكمِل التناسب المناسب:

$$\frac{h}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

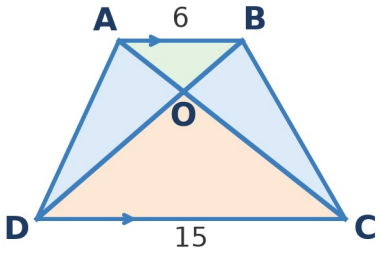
ب) احسب ارتفاع عمود الإنارة h (بالأمتار).

h = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

خامسًا: براهين

15. ABCD شبه منحرف قاعدتاه AB و DC. القطران AC و BD يتقاطعان في النقطة O.



أ) برهِن أنّ المثلّث AOB يشابه المثلّث COD.

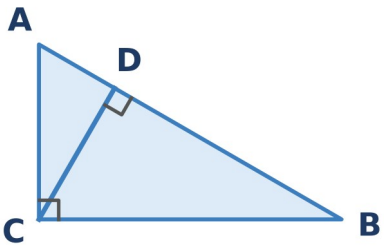
ب) معطى:

AB = 6, DC = 15, AO = 4

احسب طول القطعة OC.

OC = _____

16. في المثلّث ABC: الزاوية C قائمة، و CD هو الارتفاع على الضلع AB.



أ) برهِن أنّ المثلّث ACD يشابه المثلّث ABC.

ب) معطى:

AC = 6, AB = 12

احسب طول القطعة AD.

AD = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الحلول

1. أ) مجموع زوايا المثلّث 180 درجة: $\measuredangle C = 180° - 50° - 70° = 60°$

$\measuredangle E = 180° - 70° - 60° = 50°$

ب) نعم، المثلّثان متشابهان، لأنّ: $\measuredangle A = \measuredangle E = 50°, \quad \measuredangle B = \measuredangle D = 70°$

ت) نظريّة زاوية – زاوية (ز.ز).

ث) التشابه: $\Delta ABC \sim \Delta EDF$

---

2. أ) النسب متساوية: $\frac{AB}{KM} = \frac{BC}{KL} = \frac{AC}{LM} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

ب) نعم. ت) نظريّة ض.ض.ض.

ث) التشابه: $\Delta ABC \sim \Delta MKL$

ج) نسبة التشابه: $k = 6 \div 4 = 1.5$

---

3. أ) النسبتان متساويتان: $\frac{PQ}{SU} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}, \quad \frac{PR}{ST} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

ب) نعم، والزاويتان المحصورتان P و S متساويتان.

ت) نظريّة ض.ز.ض.

ث) التشابه: $\Delta PQR \sim \Delta SUT$

---

4. أ) نرتّب الأضلاع من الأقصر إلى الأطول. النسب: $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}, \quad \frac{8}{12} = \frac{2}{3}, \quad \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

ب) لا، المثلّثان غير متشابهين، لأنّ النسب بين الأضلاع المتناظرة غير متساوية.

---

5. أ) الزوايا المتساوية: $\measuredangle A = \measuredangle D, \quad \measuredangle B = \measuredangle E, \quad \measuredangle C = \measuredangle F$

ب) تناسب الأضلاع: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

ت) نسبة التشابه: $k = \frac{DE}{AB} = \frac{9}{6} = 1.5$

طولا الضلعين: $EF = 8 \times 1.5 = 12, \quad AC = 12 \div 1.5 = 8$

---

6. أ) التشابه: $\Delta MNP \sim \Delta RST$

ب) نسبة التشابه: $k = \frac{RS}{MN} = \frac{15}{10} = 1.5$

ت) قيمتا x و y: $x = 18 \div 1.5 = 12, \quad y = 14 \times 1.5 = 21$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. أ) الزاويتان ADE و ABC متساويتان، لأنّهما زاويتان متناظرتان بين مستقيمين متوازيين. الزاوية A مشتركة للمثلّثين. حسب نظريّة ز.ز المثلّثان متشابهان.

ب) التشابه: $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

ت) طول الضلع AB: $AB = 6 + 3 = 9$

نسبة التشابه 1.5: $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \rightarrow \frac{6}{9} = \frac{6}{BC} = \frac{4}{AC}$

طول الضلع BC: $BC = 6 \times 1.5 = 9$

ث) طول القطعة EC: $AC = 4 \times 1.5 = 6, \quad EC = 6 - 4 = 2$

---

8. أ) الزاويتان AOB و DOE متساويتان (متقابلتان بالرأس)، والزاويتان BAO و EDO متساويتان، لأنّهما زاويتان متبادلتان بين مستقيمين متوازيين. حسب نظريّة ز.ز.

التشابه: $\Delta AOB \sim \Delta DOE$

ب) نسبة التشابه 1.5: $\frac{DO}{AO} = \frac{DE}{AB} = \frac{OE}{OB} \rightarrow \frac{9}{6} = \frac{DE}{8} = \frac{OE}{4}$

$DE = 8 \times 1.5 = 12, \quad OE = 4 \times 1.5 = 6$

---

9. أ) و ب) طول الضلع AC: $AC = 6 + 3 = 9$

التناسب وحلّ المعادلة: $\frac{x}{x+4} = \frac{6}{9} \rightarrow 9x = 6x + 24 \rightarrow x = 8$

ت) طول الضلع AB: $AB = 8 + 4 = 12$

---

10. أ) نسبة التشابه: $k = \frac{DE}{AB} = \frac{10}{4} = 2.5$

ب) محيط المثلّث DEF (بالسنتيمتر): $18 \times 2.5 = 45$

---

11. أ) نسبة التشابه: $k = 27 \div 9 = 3$

طولا الضلعين (بالسنتيمتر): $5 \times 3 = 15, \quad 7 \times 3 = 21$

ب) المحيطان (بالسنتيمتر): $5 + 7 + 9 = 21, \quad 15 + 21 + 27 = 63$

نسبة المحيطين تساوي نسبة التشابه: $\frac{63}{21} = 3$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

12. أ) طول الضلع AB: $AB = 2 + 4 = 6$

نسبة التشابه: $k = \frac{AB}{AD} = \frac{6}{2} = 3$

ب) مساحة المثلّث ABC: $3^2 = 9, \quad 5 \times 9 = 45$

ت) مساحة شبه المنحرف DBCE: $45 - 5 = 40$

---

13. أ) أشعّة الشمس متوازية، فالزاويتان بين الشعاعين والأرض متساويتان. العصا والشجرة عموديّتان على الأرض، فالمثلّثان قائما الزاوية. حسب نظريّة ز.ز المثلّثان متشابهان.

ب) ارتفاع الشجرة 9 م: $\frac{h}{12} = \frac{1.5}{2} \rightarrow h = 9$

---

14. أ) المثلّث الذي يكوّنه سامي وظلّه يشابه المثلّث الذي يكوّنه عمود الإنارة والظلّ كلّه.

ب) ارتفاع العمود 5.4 م: $\frac{h}{4+2} = \frac{1.8}{2} \rightarrow h = 5.4$

---

15. أ) الزاويتان AOB و COD متساويتان (متقابلتان بالرأس)، والزاويتان BAO و DCO متساويتان، لأنّهما زاويتان متبادلتان بين مستقيمين متوازيين. حسب نظريّة ز.ز.

التشابه: $\Delta AOB \sim \Delta COD$

ب) طول القطعة OC: $\frac{OC}{AO} = \frac{DC}{AB} \rightarrow \frac{OC}{4} = \frac{15}{6} \rightarrow OC = 10$

---

16. أ) الزاوية A مشتركة للمثلّثين، والزاويتان ADC و ACB قائمتان. حسب نظريّة ز.ز.

التشابه: $\Delta ACD \sim \Delta ABC$

ب) طول القطعة AD: $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \rightarrow \frac{AD}{6} = \frac{6}{12} \rightarrow AD = 3$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي