مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 📠 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: التحليل إلى عوامل

الصفّ التاسع

أوّلًا: التحليل بإخراج عامل مشترك

نجد أكبر عامل مشترك لجميع الحدود (العدد والمتغيّرات)، ونكتبه خارج القوسين: $ab + ac = a(b + c)$
مثال: $6x^2 + 9x = 3x(2x + 3)$

1. حلّل بإخراج عامل مشترك:

أ) _____ $= 5x + 15$ **ب)** _____ $= 12a - 18$

ج) _____ $= 7x^2 + 14x$ **د)** _____ $= 9y^2 - 3y$

هـ) _____ $= 4a^3 + 8a^2$ **و)** _____ $= 10x^2 - 15x^3$

2. حلّل بإخراج أكبر عامل مشترك:

أ) _____ $= 15a^2 - 10a^3 + 20a$ **ب)** _____ $= 6x^3 - 18x^4 - 12x^5$

ج) _____ $= 14ab^2 + 21a^2b^3$ **د)** _____ $= 24a^3b^5 - 16ab^4$

هـ) _____ $= 18xy - 27xy^2$ **و)** _____ $= 40x^4 - 56x^2$

ز) _____ $= 12a^2bc^3 - 30a^3b^2c$ **ح)** _____ $= -36xy^3z^2 - 48x^2yz^4$

3. أكمل الفراغ:

أ) $8x^2 - 12x = 4x($_____ $-$ _____$)$ **ب)** $15a^3 + 10a^2 = 5a^2($_____ $+$ _____$)$

ج) $21x^2y - 14xy^2 = 7xy($_____ $-$ _____$)$ **د)** $-6x^2 - 9x = -3x($_____ $+$ _____$)$

4. حلّل بإخراج مقدار مشترك بين قوسين:

أ) _____ $= x(x + 3) + 5(x + 3)$ **ب)** _____ $= 2a(a - 4) - 7(a - 4)$

ج) _____ $= y(y - 6) + (y - 6)$ **د)** _____ $= 3x(2x + 1) - 4(2x + 1)$

ثانيًا: التحليل بواسطة الفرق بين مربّعين

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

مثال: $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$ و $9a^2 - 4 = (3a - 2)(3a + 2)$

5. حلّل إلى عوامل:

أ) $x^2 - 25 =$ _____ **ب)** $a^2 - 81 =$ _____

ج) $49 - y^2 =$ _____ **د)** $4x^2 - 9 =$ _____

هـ) $16a^2 - 1 =$ _____ **و)** $100 - 9x^2 =$ _____

ز) $x^2 - 4y^2 =$ _____ **ح)** $25a^2 - 36b^2 =$ _____

6. احسب بطريقة سهلة بواسطة الفرق بين مربّعين:

أ) $53^2 - 47^2 =$ _____ **ب)** $105^2 - 95^2 =$ _____

ج) $38^2 - 12^2 =$ _____ **د)** $71^2 - 29^2 =$ _____

ثالثًا: التحليل بواسطة صيغة المربّع الكامل

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

مثال: $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$ لأنّ $2 \cdot x \cdot 5 = 10x$

7. حلّل إلى عوامل بواسطة صيغة المربّع الكامل:

أ) $x^2 + 6x + 9 =$ _____ **ب)** $x^2 - 10x + 25 =$ _____

ج) $a^2 + 14a + 49 =$ _____ **د)** $y^2 - 2y + 1 =$ _____

هـ) $4x^2 + 4x + 1 =$ _____ **و)** $9a^2 - 12a + 4 =$ _____

ز) $x^2 + 8xy + 16y^2 =$ _____ **ح)** $25 - 10x + x^2 =$ _____

8. أكمل الفراغات لتحصل على مربّع كامل:

أ) $x^2 + 12x + _____ = (x + _____)^2$ **ب)** $x^2 - _____ + 16 = (x - _____)^2$

ج) $a^2 + _____a + 81 = (a + _____)^2$ **د)** $4x^2 - _____ + 9 = (_____ - 3)^2$

9. هل التعبير مربّع كامل؟ علّل. إذا كان مربّعًا كاملًا، حلّل إلى عوامل.

أ) $x^2 + 6x + 16$ **ب)** $x^2 - 14x + 49$

ج) $x^2 + 5x + 25$ **د)** $4a^2 + 20a + 25$

رابعًا: التحليل إلى عوامل $x^2 + bx + c$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما c ومجموعهما b، فيكون: $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

مثال: $x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$ لأنّ $4 \cdot 3 = 12$ و $4 + 3 = 7$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

مثال: $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$ لأنّ $(-5) \cdot 3 = -15$ و $-5 + 3 = -2$

10. حلّل إلى عوامل:

أ) _____ $= x^2 + 5x + 6$

ب) _____ $= x^2 + 7x + 10$

ج) _____ $= x^2 + 9x + 20$

د) _____ $= x^2 - 8x + 15$

هـ) _____ $= x^2 - 7x + 12$

و) _____ $= x^2 + 2x - 15$

ز) _____ $= x^2 - 3x - 10$

ح) _____ $= x^2 + x - 12$

ط) _____ $= x^2 - 5x - 14$

ي) _____ $= x^2 - 11x + 24$

ك) _____ $= x^2 + 4x - 21$

ل) _____ $= x^2 - x - 30$

11. حلّل إلى عوامل:

أ) _____ $= a^2 + 10a + 21$

ب) _____ $= y^2 - 6y - 16$

ج) _____ $= m^2 - 13m + 36$

د) _____ $= x^2 + 7xy + 12y^2$

خامسًا: تمارين منوّعة — اختيار طريقة التحليل والتحليل التامّ

خطوات التحليل التامّ: 1) نُخرج عاملًا مشتركًا إن وُجد. 2) نفحص: فرق بين مربّعين؟ مربّع كامل؟ ثلاثيّ حدود؟ 3) نتأكّد أنّه لا يمكن متابعة التحليل.
مثال: $2x^2 - 18 = 2(x^2 - 9) = 2(x - 3)(x + 3)$

12. اكتب طريقة التحليل المناسبة (عامل مشترك، فرق بين مربّعين، مربّع كامل، ثلاثيّ حدود)، ثمّ حلّل:

	التعبير	طريقة التحليل	التحليل إلى عوامل
أ)	$x^2 - 64$		
ب)	$x^2 + 3x - 28$		
ج)	$6a^2 - 9a$		
د)	$x^2 - 18x + 81$		
هـ)	$9y^2 - 25$		
و)	$x^2 + 11x + 30$		

13. حلّل تحليلًا تامًّا (ابدأ بإخراج عامل مشترك):

أ) _____ $= 3x^2 - 27$

ب) _____ $= 2x^2 + 10x + 12$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ج) $5a^2 - 20a + 20 =$ _____

د) $x^3 - 16x =$ _____

هـ) $4x^2 - 4x - 24 =$ _____

و) $2y^3 + 12y^2 + 18y =$ _____

ز) $7x^2 - 7 =$ _____

ح) **تحدٍّ:** $x^4 - 81 =$ _____

سادسًا: حلّ معادلات بواسطة التحليل إلى عوامل

إذا كان حاصل ضرب عددين يساوي صفرًا فإنّ أحدهما على الأقلّ يساوي صفرًا: إذا كان $a \cdot b = 0$ فإنّ $a = 0$ أو $b = 0$

مثال: $x^2 - 5x = 0$ إذن $x(x - 5) = 0$ إذن $x = 0$ أو $x = 5$

14. حُلّ المعادلات الآتية:

أ) $x^2 - 9x = 0$

ب) $x^2 - 49 = 0$

ج) $x^2 + 7x + 12 = 0$

د) $x^2 - 2x - 15 = 0$

هـ) $x^2 - 10x + 25 = 0$

و) $x^2 + 4x = 21$

15. تحدٍّ: مربّع عدد أكبر من العدد نفسه بـ 12. اكتب معادلة وحُلّها بواسطة التحليل إلى عوامل، ثمّ جِد العدد.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الحلول

ورقة عمل: التحليل إلى عوامل — الصفّ التاسع

سؤال 1:

أ) $5x + 15 = 5(x + 3)$

ب) $12a - 18 = 6(2a - 3)$

ج) $7x^2 + 14x = 7x(x + 2)$

د) $9y^2 - 3y = 3y(3y - 1)$

هـ) $4a^3 + 8a^2 = 4a^2(a + 2)$

و) $10x^2 - 15x^3 = 5x^2(2 - 3x)$

سؤال 2:

أ) $15a^2 - 10a^3 + 20a = 5a(3a - 2a^2 + 4)$

ب) $6x^3 - 18x^4 - 12x^5 = 6x^3(1 - 3x - 2x^2)$

ج) $14ab^2 + 21a^2b^3 = 7ab^2(2 + 3ab)$

د) $24a^3b^5 - 16ab^4 = 8ab^4(3a^2b - 2)$

هـ) $18xy - 27xy^2 = 9xy(2 - 3y)$

و) $40x^4 - 56x^2 = 8x^2(5x^2 - 7)$

ز) $12a^2bc^3 - 30a^3b^2c = 6a^2bc(2c^2 - 5ab)$

ح) $-36xy^3z^2 - 48x^2yz^4 = -12xyz^2(3y^2 + 4xz^2)$

سؤال 3:

أ) $8x^2 - 12x = 4x(2x - 3)$

ب) $15a^3 + 10a^2 = 5a^2(3a + 2)$

ج) $21x^2y - 14xy^2 = 7xy(3x - 2y)$

د) $-6x^2 - 9x = -3x(2x + 3)$

سؤال 4:

أ) $x(x + 3) + 5(x + 3) = (x + 3)(x + 5)$

ب) $2a(a - 4) - 7(a - 4) = (a - 4)(2a - 7)$

ج) $y(y - 6) + (y - 6) = (y - 6)(y + 1)$

د) $3x(2x + 1) - 4(2x + 1) = (2x + 1)(3x - 4)$

سؤال 5:

أ) $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$

ب) $a^2 - 81 = (a - 9)(a + 9)$

ج) $49 - y^2 = (7 - y)(7 + y)$

د) $4x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$

هـ) $16a^2 - 1 = (4a - 1)(4a + 1)$

و) $100 - 9x^2 = (10 - 3x)(10 + 3x)$

ز) $x^2 - 4y^2 = (x - 2y)(x + 2y)$

ح) $25a^2 - 36b^2 = (5a - 6b)(5a + 6b)$

سؤال 6:

أ) $53^2 - 47^2 = (53 - 47)(53 + 47) = 6 \cdot 100 = 600$

ب) $105^2 - 95^2 = (105 - 95)(105 + 95) = 10 \cdot 200 = 2000$

ج) $38^2 - 12^2 = (38 - 12)(38 + 12) = 26 \cdot 50 = 1300$

د) $71^2 - 29^2 = (71 - 29)(71 + 29) = 42 \cdot 100 = 4200$

سؤال 7:

أ) $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$

ب) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

ج) $a^2 + 14a + 49 = (a + 7)^2$

د) $y^2 - 2y + 1 = (y - 1)^2$

هـ) $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

و) $9a^2 - 12a + 4 = (3a - 2)^2$

ز) $x^2 + 8xy + 16y^2 = (x + 4y)^2$

ح) $25 - 10x + x^2 = (5 - x)^2$

سؤال 8:

أ) $x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

ب) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

ج) $a^2 + 18a + 81 = (a + 9)^2$

د) $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$

سؤال 9:

أ) لا، لأنّ $2 \cdot x \cdot 4 = 8x$ وليس $6x$

ب) نعم: $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

ج) لا، لأنّ $2 \cdot x \cdot 5 = 10x$ وليس $5x$

د) نعم: $4a^2 + 20a + 25 = (2a + 5)^2$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 10:

أ) $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

ب) $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$

ج) $x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$

د) $x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$

هـ) $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$

و) $x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

ز) $x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2)$

ح) $x^2 + x - 12 = (x + 4)(x - 3)$

ط) $x^2 - 5x - 14 = (x - 7)(x + 2)$

ي) $x^2 - 11x + 24 = (x - 3)(x - 8)$

ك) $x^2 + 4x - 21 = (x + 7)(x - 3)$

ل) $x^2 - x - 30 = (x - 6)(x + 5)$

سؤال 11:

أ) $a^2 + 10a + 21 = (a + 3)(a + 7)$

ب) $y^2 - 6y - 16 = (y - 8)(y + 2)$

ج) $m^2 - 13m + 36 = (m - 4)(m - 9)$

د) $x^2 + 7xy + 12y^2 = (x + 3y)(x + 4y)$

سؤال 12:

أ) فرق بين مربّعين: $x^2 - 64 = (x - 8)(x + 8)$

ب) ثلاثيّ حدود: $x^2 + 3x - 28 = (x + 7)(x - 4)$

ج) عامل مشترك: $6a^2 - 9a = 3a(2a - 3)$

د) مربّع كامل: $x^2 - 18x + 81 = (x - 9)^2$

هـ) فرق بين مربّعين: $9y^2 - 25 = (3y - 5)(3y + 5)$

و) ثلاثيّ حدود: $x^2 + 11x + 30 = (x + 5)(x + 6)$

سؤال 13:

أ) $3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x - 3)(x + 3)$

ب) $2x^2 + 10x + 12 = 2(x^2 + 5x + 6) = 2(x + 2)(x + 3)$

ج) $5a^2 - 20a + 20 = 5(a^2 - 4a + 4) = 5(a - 2)^2$

د) $x^3 - 16x = x(x^2 - 16) = x(x - 4)(x + 4)$

هـ) $4x^2 - 4x - 24 = 4(x^2 - x - 6) = 4(x - 3)(x + 2)$

و) $2y^3 + 12y^2 + 18y = 2y(y^2 + 6y + 9) = 2y(y + 3)^2$

ز) $7x^2 - 7 = 7(x^2 - 1) = 7(x - 1)(x + 1)$

ح) تحدٍّ: $x^4 - 81 = (x^2 - 9)(x^2 + 9) = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$

سؤال 14:

أ) $x(x - 9) = 0$ إذن $x = 0$ أو $x = 9$

ب) $(x - 7)(x + 7) = 0$ إذن $x = -7$ أو $x = 7$

ج) $(x + 3)(x + 4) = 0$ إذن $x = -4$ أو $x = -3$

د) $(x - 5)(x + 3) = 0$ إذن $x = -3$ أو $x = 5$

هـ) $(x - 5)^2 = 0$ إذن $x = 5$

و) $x^2 + 4x - 21 = 0$ إذن $(x + 7)(x - 3) = 0$ إذن $x = -7$ أو $x = 3$

سؤال 15:

نرمز إلى العدد بـ x: $x^2 = x + 12$ إذن $x^2 - x - 12 = 0$ إذن $(x - 4)(x + 3) = 0$

$x = 4$ أو $x = -3$. تحقّق: $4^2 = 16 = 4 + 12$ و $(-3)^2 = 9 = -3 + 12$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي