مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
ת.ד. ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 📠 04/6084337 נצרת NAZARETH 16101 الناصرة ١٦١٠١
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

# ورقة عمل: قوانين الضرب المختصر – معادلات ومتباينات وأسئلة تفكير

## الصف التاسع

**تذكير: قوانين الضرب المختصر**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

- في المعادلات والمتباينات في هذه الورقة يختفي الحدّ $x^2$ بعد فتح الأقواس، فتصبح المعادلة (أو المتباينة) من الدرجة الأولى.

## أوّلاً – تبسيط التعابير

**1.** بسّط التعابير الآتية باستعمال قوانين الضرب المختصر.

**أ)** $(2x - 3)^2 - (x + 4)(x - 4) =$ _____

**ب)** $3(x + 1)^2 - (2x - 1)(2x + 1) =$ _____

**ج)** $(3a + 2b)^2 - (3a - 2b)^2 =$ _____



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

**2.** بسّط التعابير الآتية.

**د)** $(x^2 + 3)(x^2 - 3) - (x^2 - 1)^2 =$ _____

**هـ)** $2(a - 3)^2 - (a + 3)^2 + (a - 1)(a + 1) =$ _____

**و)** $(x + 2y)^2 - (x - y)(x + y) - 4xy =$ _____



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## ثانياً – معادلات

**3.** حلّ المعادلات الآتية.

**أ)** $(x + 5)^2 - (x - 3)^2 = 48$

الحلّ: _____ = x

**ب)** $(x + 3)(x - 3) - x(x - 2) = 7$

الحلّ: _____ = x

**ج)** $(3x + 2)^2 - 9(x - 1)(x + 1) = 37$

الحلّ: _____ = x

**د)** $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(x+1)(x-1)}{2} = 5$

الحلّ: _____ = x

**هـ)** $(2x - 1)^2 = (2x + 3)(2x - 3) + 18$

الحلّ: _____ = x

**و)** $2(x - 4)^2 - (x + 2)^2 = (x - 2)(x + 2) - 8$

الحلّ: _____ = x



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

**4.** حلّ كلّ معادلة من المعادلتين الآتيتين. ما عدد الحلول؟ اشرح.

**أ)** $(x + 4)(x - 4) - (x - 4)^2 = 8x - 30$

عدد الحلول: _____

**ب)** $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 = 2(x - 3)(x + 3) + 36$

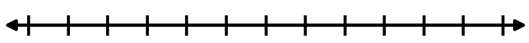
عدد الحلول: _____

## ثالثاً – متباينات

**5.** حلّ المتباينات الآتية، ثمّ مثّل مجموعة الحلول على مستقيم الأعداد.

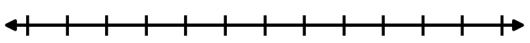
**أ)** $(x - 4)^2 > (x + 4)(x - 4)$

مجموعة الحلول: _____



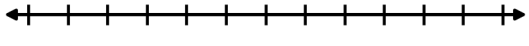
**ب)** $(3x + 1)^2 - 9x(x - 1) \leq 31$

مجموعة الحلول: _____



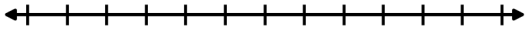
**ج)** $(x + 5)(x - 5) - (x - 1)^2 \geq -30$

مجموعة الحلول: _____



**د)** $(2x - 3)^2 - (2x + 1)^2 < 24$

مجموعة الحلول: _____



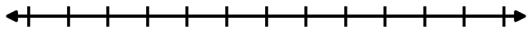


© المعلّمة كرستين عيد برانسي

**6.** حلّ كلّ متباينة. ماذا تلاحظ عن مجموعة حلولها؟ مثّلها على مستقيم الأعداد.

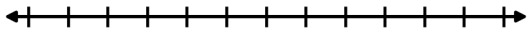
**أ)** $(x + 3)^2 - 6x \geq (x + 2)(x - 2)$

مجموعة الحلول: _____



**ب)** $(x - 2)(x + 2) - (x - 3)^2 \leq 6x - 14$

مجموعة الحلول: _____



## رابعاً – أسئلة تفكير

**7.** احسب بدون آلة حاسبة باستعمال قوانين الضرب المختصر، واكتب طريقة الحساب.

**أ)** $101^2 =$ _____ **ب)** $101 \cdot 99 =$ _____

**ج)** $48^2 =$ _____ **د)** $197 \cdot 203 =$ _____

**8.** معطى: $a + b = 7$ و$ab = 10$. جد قيمة كلّ تعبير بدون إيجاد a وb.

**أ)** $a^2 + b^2 =$ _____ **ب)** $(a - b)^2 =$ _____



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

**9.** معطى: $a - b = 3$ و$a^2 + b^2 = 29$. جد:

**أ)** $ab =$ _____ **ب)** $(a + b)^2 =$ _____

**10.** برهن:

**أ.** لكلّ عدد طبيعيّ $n$، العدد $(n + 1)^2 - n^2$ هو عدد فرديّ.

**ب.** الفرق بين مربّعَي عددين فرديّين متتاليين يقبل القسمة على 8. (نرمز إلى العددين بـ $2n - 1$ و$2n + 1$.)

**11.** مربّع كامل:

**أ.** جد كلّ قيم $k$ التي يكون فيها التعبير $x^2 + kx + 49$ مربّعًا كاملًا، أي يمكن كتابته على شكل $(x + p)^2$.

الجواب: $k =$ _____

**ب.** جد قيمة $m$ التي يكون فيها التعبير $9x^2 - 12x + m$ مربّعًا كاملًا.

الجواب: $m =$ _____

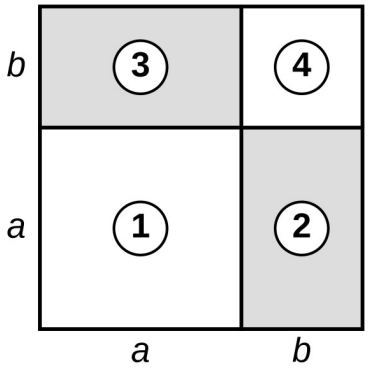


© المعلّمة كرستين عيد برانسي

**12.** أيّ العددين أكبر: $2024^2 - 2025^2$ أم 4049؟ اشرح بدون حساب المربّعين.

الجواب: _____

**13.** في الرسم مربّع طول ضلعه $a + b$، مقسّم إلى أربعة أجزاء مرقّمة من 1 إلى 4.




**أ.** عبّر بواسطة a وb عن مساحة كلّ جزء من الأجزاء الأربعة.

**ب.** اكتب مساحة المربّع الكبير بطريقتين، واشرح كيف ينتج القانون $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

**ج.** معطى: $a + b = 10$ و$a^2 + b^2 = 58$. جد مجموع مساحتَي الجزأين المظلّلين (2 و3).

الجواب: _____



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

# الإجابات

## السؤال 1

| | | |
|---|---|---|
| أ | $4x^2 - 12x + 9 - (x^2 - 16)$<br>$= 3x^2 - 12x + 25$ | مربّع فرق، وضرب مجموع في فرق. |
| ب | $3x^2 + 6x + 3 - (4x^2 - 1)$<br>$= -x^2 + 6x + 4$ | ننتبه إلى الإشارة قبل القوس. |
| ج | $9a^2 + 12ab + 4b^2 - (9a^2 - 12ab + 4b^2)$<br>$= 24ab$ | تختفي المربّعات ويبقى ضعفا الحدّ الأوسط. |

## السؤال 2

| | | |
|---|---|---|
| د | $x^4 - 9 - (x^4 - 2x^2 + 1)$<br>$= 2x^2 - 10$ | $(x^2)^2 = x^4$ |
| هـ | $2a^2 - 12a + 18 - a^2 - 6a - 9 + a^2 - 1$<br>$= 2a^2 - 18a + 8$ | نجمع الحدود المتشابهة. |
| و | $x^2 + 4xy + 4y^2 - x^2 + y^2 - 4xy$<br>$= 5y^2$ | لا يتعلّق الناتج بـ $x$. |

## السؤال 3

| | | |
|---|---|---|
| أ | $x^2 + 10x + 25 - x^2 + 6x - 9 = 48$<br>$16x + 16 = 48$<br>$x = 2$ | مجموعة الحلول: $x = 2$ |
| ب | $x^2 - 9 - x^2 + 2x = 7$<br>$2x = 16$<br>$x = 8$ | مجموعة الحلول: $x = 8$ |
| ج | $9x^2 + 12x + 4 - 9x^2 + 9 = 37$<br>$12x + 13 = 37$<br>$x = 2$ | مجموعة الحلول: $x = 2$ |
| د | $(x^2 - 2x + 1) - (x^2 - 1) = 10$<br>$-2x + 2 = 10$<br>$x = -4$ | نضرب الطرفين في 2. مجموعة الحلول: $x = -4$ |
| هـ | $4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 - 9 + 18$<br>$-4x = 8$<br>$x = -2$ | مجموعة الحلول: $x = -2$ |
| و | $x^2 - 20x + 28 = x^2 - 12$<br>$-20x = -40$<br>$x = 2$ | نفتح الأقواس:<br>$2x^2 - 16x + 32 - x^2 - 4x - 4 = x^2 - 4 - 8$.<br>مجموعة الحلول: $x = 2$ |

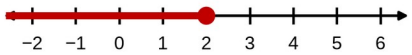
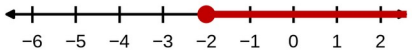
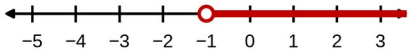


© المعلّمة كرستين عيد برانسي

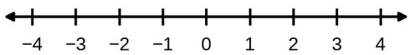
## السؤال 4

| | | |
|---|---|---|
| أ | $x^2 - 16 - (x^2 - 8x + 16) = 8x - 30$<br>$8x - 32 = 8x - 30$<br>$-32 = -30$ | جملة خاطئة دائمًا، إذن لا يوجد حلّ (عدد الحلول 0). |
| ب | $(x^2 + 6x + 9) + (x^2 - 6x + 9)$<br>$= 2(x^2 - 9) + 36$<br>$2x^2 + 18 = 2x^2 + 18$<br>$0 = 0$ | جملة صحيحة دائمًا: كلّ عدد x هو حلّ (عدد لانهائيّ من الحلول). |

## السؤال 5

| | | |
|---|---|---|
| أ | $x^2 - 8x + 16 > x^2 - 16$<br>$-8x > -32$<br>$x < 4$ | نقسم على $-8$ فتنقلب الإشارة. مجموعة الحلول: $x < 4$ |
| |  | دائرة فارغة عند 4، والحلول إلى يسارها. |
| ب | $9x^2 + 6x + 1 - 9x^2 + 9x \le 31$<br>$15x \le 30$<br>$x \le 2$ | مجموعة الحلول: $x \le 2$ |
| |  | دائرة مملوءة عند 2، والحلول إلى يسارها. |
| ج | $x^2 - 25 - x^2 + 2x - 1 \ge -30$<br>$2x - 26 \ge -30$<br>$x \ge -2$ | مجموعة الحلول: $x \ge -2$ |
| |  | دائرة مملوءة عند $-2$، والحلول إلى يمينها. |
| د | $4x^2 - 12x + 9 - 4x^2 - 4x - 1 < 24$<br>$-16x + 8 < 24$<br>$-16x < 16$<br>$x > -1$ | نقسم على $-16$ فتنقلب الإشارة. مجموعة الحلول: $x > -1$ |
| |  | دائرة فارغة عند $-1$، والحلول إلى يمينها. |

## السؤال 6

| | | |
|---|---|---|
| أ | $x^2 + 6x + 9 - 6x \ge x^2 - 4$<br>$9 \ge -4$ | جملة صحيحة دائمًا: مجموعة الحلول هي كلّ الأعداد. |
| |  | نلوّن مستقيم الأعداد كلّه. |
| ب | $x^2 - 4 - x^2 + 6x - 9 \le 6x - 14$<br>$6x - 13 \le 6x - 14$<br>$-13 \le -14$ | جملة خاطئة دائمًا، إذن لا يوجد حلّ (مجموعة الحلول فارغة). |
| |  | لا نلوّن أيّ نقطة على مستقيم الأعداد. |



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 7

| | | |
|---|---|---|
| أ | $(100 + 1)^2 = 10000 + 200 + 1$<br>$= 10201$ | مربّع مجموع. |
| ب | $(100 - 1)(100 + 1) = 10000 - 1$<br>$= 9999$ | ضرب مجموع في فرق. |
| ج | $(50 - 2)^2 = 2500 - 200 + 4$<br>$= 2304$ | مربّع فرق. |
| د | $(200 + 3)(200 - 3) = 40000 - 9$<br>$= 39991$ | ضرب مجموع في فرق. |

## السؤال 8

| | | |
|---|---|---|
| أ | $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$<br>$= 49 - 20 = 29$ | من قانون مربّع المجموع. |
| ب | $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$<br>$= 29 - 20 = 9$ | نستعمل نتيجة البند أ. |

## السؤال 9

| | | |
|---|---|---|
| أ | $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$<br>$9 = 29 - 2ab$<br>$ab = 10$ | من قانون مربّع الفرق. |
| ب | $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$<br>$= 29 + 20 = 49$ | نستعمل نتيجة البند أ. |

## السؤال 10

| | | |
|---|---|---|
| أ | $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2$<br>$= 2n + 1$ | $2n$ عدد زوجيّ، و$2n + 1$ أكبر منه بـ 1، إذن هو عدد فرديّ لكلّ $n$. |
| ب | $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2$<br>$= 4n^2 + 4n + 1 - (4n^2 - 4n + 1)$<br>$= 8n$ | $8n$ يقبل القسمة على 8 لكلّ عدد طبيعيّ $n$. |

## السؤال 11

| | | |
|---|---|---|
| أ | $(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$<br>$(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$ | $k = 14$ أو $k = -14$ |
| ب | $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$ | الحدّ الأوّل مربّع $3x$، والحدّ الأوسط ضعف حاصل ضرب $3x$ في $-2$، إذن $m = 4$. |

## السؤال 12

| | | |
|---|---|---|
| | $2025^2 - 2024^2$<br>$= (2025 - 2024)(2025 + 2024)$<br>$= 1 \cdot 4049 = 4049$ | العددان متساويان، أي لا يوجد عدد أكبر من الآخر. |



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 13

| | | |
|---|---|---|
| أ | 1: $a^2$  2: ab  3: ab  4: $b^2$ | الجزء 1 مربّع ضلعه a، والجزء 4 مربّع ضلعه b، والجزآن 2 و3 مستطيلان بُعداهما a وb. |
| ب | $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$<br>$= a^2 + 2ab + b^2$ | المساحة مرّة كمربّع ضلعه a + b، ومرّة كمجموع مساحات الأجزاء. |
| ج | $2ab = (a + b)^2 - (a^2 + b^2)$<br>$= 100 - 58 = 42$ | مجموع مساحتَي الجزأين المظلّلين 42 وحدة مساحة. |



© المعلّمة كرستين عيد برانسي