مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 NAZARETH 16101 נצרת
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

ورقة عمل: قوانين الضرب المختصر – إكمال وفراغات ومسائل

الصف التاسع – 5 وحدات

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

نسخة الحلول

تذكير: $(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$ $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

سؤال 1: إكمال الفراغات

أكمل الفراغات لتحصل على مساواة صحيحة:

أ) $(_____ - 6)^2 = 4x^2 - _____ + 36$

$(2x-6)^2 = 4x^2 - 24x + 36$

ب) $_____ - 54b + _____ = (9 - _____)^2$

$(9-3b)^2 = 81 - 54b + 9b^2$

ج) $(_____ + 5a)^2 = 49 + _____ + 25a^2$

$(7+5a)^2 = 49 + 70a + 25a^2$

د) $(x^3 + _____)^2 = _____ + 8x^3 + 16$

$(x^3+4)^2 = x^6 + 8x^3 + 16$

هـ) $(_____ + _____)^2 = 9a^4 + 30a^2b + 25b^2$

$(3a^2+5b)^2 = 9a^4 + 30a^2b + 25b^2$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 2: إكمال الفراغات في تعابير مع قوى وكسور

علمًا أنّ $x \neq 0$، أكمل الفراغات لتحصل على مساواة صحيحة:

أ) $(a^x + _____)^2 = _____ + 6a^x + 9$

$$(a^x + 3)^2 = a^{2x} + 6a^x + 9$$

ب) $(2 - _____)^2 = _____ - \frac{8}{x} + _____$

$$\left(2 - \frac{2}{x}\right)^2 = 4 - \frac{8}{x} + \frac{4}{x^2}$$

ج) $(_____ + _____)^2 = 16a^2 + _____ + \frac{1}{16}$

$$\left(4a + \frac{1}{4}\right)^2 = 16a^2 + 2a + \frac{1}{16}$$

د) $(_____ - 5x)^2 = _____ - 10x^3 + _____$

$$(x^2 - 5x)^2 = x^4 - 10x^3 + 25x^2$$

هـ) $(_____ + 2y)(_____ - 2y) = 9x^2 - _____$

$$(3x + 2y)(3x - 2y) = 9x^2 - 4y^2$$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 3: سؤال تفكير

هل توجد قيمة لـ x يكون فيها التعبير $-(5x+9)^2$ عددًا موجبًا؟ علّل إجابتك.

لا توجد. $(5x+9)^2 \geq 0$ لكلّ x، لذلك $-(5x+9)^2 \leq 0$.

ويساوي صفرًا فقط عندما $x = -\frac{9}{5}$

سؤال 4: استعمال المعطيات

معطى: $a+b=9$ و $ab=14$. جد ما يلي دون إيجاد قيمتَي a و b:

أ) a^2+b^2

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=81-28=53$$

ب) $(a-b)^2$

$$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=53-28=25$$

ج) جميع القيم الممكنة لـ $a-b$

$a-b=5$ أو $a-b=-5$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 5: استعمال المعطيات

معطى: $a^2 - b^2 = 91$ و $a - b = 7$.

أ) جد $a + b$.

$$(a+b)(a-b) = 91 \Rightarrow 7(a+b) = 91 \Rightarrow a + b = 13$$

ب) جد a و b.

$$a + b = 13,\ a - b = 7 \Rightarrow 2a = 20$$
$$a = 10, \quad b = 3$$

سؤال 6: استعمال المعطيات

معطى: $xy = 6$ و $x^2 + y^2 = 37$. جد جميع القيم الممكنة لكلّ تعبير:

أ) $x + y$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 37 + 12 = 49$$
$$x + y = 7 \quad \text{أو} \quad x + y = -7$$

ب) $x - y$

$$(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 37 - 12 = 25$$
$$x - y = 5 \quad \text{أو} \quad x - y = -5$$

ج) $x^2 - y^2$

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$
$$x^2 - y^2 = 35 \quad \text{أو} \quad x^2 - y^2 = -35$$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 7: استعمال المعطيات

معطى: $a-b=4$ و $ab=5$. جد:

أ) a^2+b^2

$$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=16+10=26$$

ب) $(a+b)^2$

$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=26+10=36$$

ج) a^4+b^4 إرشاد: $a^4+b^4=(a^2+b^2)^2-2a^2b^2$

$$a^4+b^4=26^2-2\cdot 5^2=676-50=626$$

سؤال 8: استعمال المعطيات

معطى: $x+\frac{1}{x}=5$، حيث $x\neq 0$. جد:

أ) $x^2+\frac{1}{x^2}$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+2+\frac{1}{x^2}=25$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=25-2=23$$

ب) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2-2+\frac{1}{x^2}=23-2=21$$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 9: برهان

برهن الادّعاءات التالية:

أ) التعبير $(x+7)^2-(x-1)^2$ يقبل القسمة على 16 لكلّ عدد صحيح x.

$$=x^2+14x+49-(x^2-2x+1)=16x+48$$

$$=16(x+3)$$ ← مضاعف للعدد 16 لأنّ $x+3$ عدد صحيح

ب) التعبير $(3x+2)^2-(x+2)^2$ يقبل القسمة على 8 لكلّ عدد صحيح x.

$$=9x^2+12x+4-(x^2+4x+4)=8x^2+8x$$

$$=8x(x+1)$$ ← مضاعف للعدد 8

ج) تحدٍّ: برهن أنّ التعبير في البند (ب) يقبل القسمة على 16 أيضًا.

$x(x+1)$ حاصل ضرب عددين صحيحين متتاليين، فهو عدد زوجيّ.

$x(x+1)=2k$، حيث k عدد صحيح

$8x(x+1)=16k$ ← يقبل القسمة على 16

د) الفرق بين مربّعَي عددين فرديّين متتاليين يقبل القسمة على 8. إرشاد: استعمل $2n-1$ و $2n+1$، حيث n عدد صحيح.

$$(2n+1)^2-(2n-1)^2=4n^2+4n+1-(4n^2-4n+1)$$

$$=8n$$ ← مضاعف للعدد 8

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 10: سؤال تفكير

$x^2 - 6x + 10$ تعبير جبريّ.

أ) برهن أنّ $x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1$.

$$(x - 3)^2 + 1 = x^2 - 6x + 9 + 1 = x^2 - 6x + 10$$

ب) برهن أنّ قيمة التعبير موجبة لكلّ x.

$(x - 3)^2 \geq 0$ لذلك $(x - 3)^2 + 1 \geq 1 > 0$

ج) جد أصغر قيمة للتعبير، ولأيّ قيمة x نحصل عليها.

أصغر قيمة هي 1، ونحصل عليها عندما $x = 3$.

سؤال 11: مسألة

طول ضلع مربّع هو $(a + 3)$ سم. أبعاد مستطيل هي a سم و $(a + 6)$ سم، حيث $a > 0$.

أ) أيّ الشكلين مساحته أكبر؟ وبكم سم مربّع؟ برهن أنّ الجواب لا يتعلّق بـ a.

$$(a + 3)^2 - a(a + 6) = a^2 + 6a + 9 - a^2 - 6a = 9$$

مساحة المربّع أكبر من مساحة المستطيل بـ 9 سم مربّع دائمًا.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي