مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 NAZARETH 16101 נצרת
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

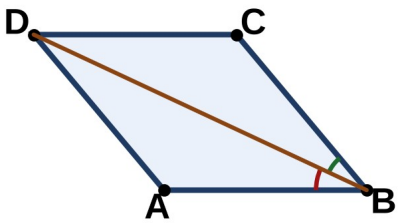
ورقة عمل: المعيّن

الصف التاسع

تذكير

- تعريف: المعيّن شكل رباعيّ جميع أضلاعه متساوية.
- خواصّه: المعيّن متوازي أضلاع، فله جميع خواصّ متوازي الأضلاع. إضافةً إلى ذلك: قطراه متعامدان، وكلّ قطر ينصّف زاويتي المعيّن اللتين يمرّ برأسيهما. مساحة المعيّن تساوي نصف حاصل ضرب طولي قطريه.
- شروط كافية: يكون الشكل الرباعيّ معيّنًا إذا تحقّق فيه أحد الشروط الآتية: شكل رباعيّ جميع أضلاعه متساوية، أو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان، أو متوازي أضلاع قطراه متعامدان، أو متوازي أضلاع فيه قطر ينصّف إحدى زواياه.

أوّلًا: حسابات



1. في المعيّن ABCD رُسم القطر BD. معطى (الأطوال بالسنتيمتر):

$AB = 3x - 4$ $BC = x + 6$

$\measuredangle ABD = (2y + 5)°$ $\measuredangle CBD = (4y - 15)°$

أ. جد قيمة x، واحسب محيط المعيّن.

.....

ب. جد قيمة y. علّل.

.....

ج. احسب زوايا المعيّن الأربع.

.....

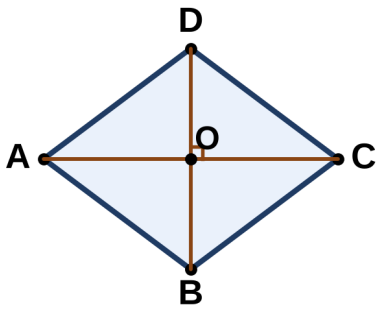
د. رُسم القطر AC أيضًا. احسب $\measuredangle BAC$ و $\measuredangle ADB$. علّل.

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. قطرا المعيّن ABCD يتقاطعان في النقطة O.
معطى (الأطوال بالسنتيمتر):

$AO = x + 3$ $OC = 2x - 2$ $BD = 12$



أ. جد قيمة x، واحسب طول القطر AC.

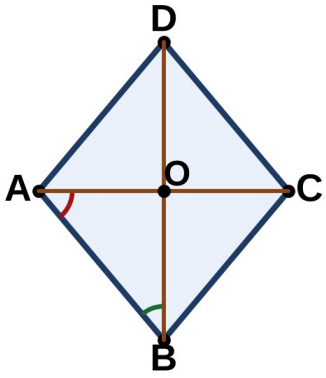
ب. احسب طول ضلع المعيّن ومحيطه.

ج. احسب مساحة المعيّن.

د. احسب طول ارتفاع المعيّن (البعد بين ضلعين متقابلين).

3. قطرا المعيّن ABCD يتقاطعان في النقطة O.
معطى:

$\measuredangle BAO = (2x + 10)°$ $\measuredangle ABO = (x + 20)°$

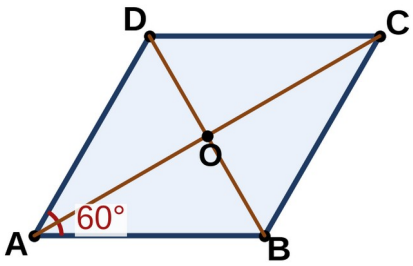


أ. جد قيمة x. علّل.

ب. احسب زوايا المعيّن الأربع.

ج. احسب $\measuredangle ADB$ و $\measuredangle ACD$. علّل.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



4. في المعيّن ABCD معطى: $\sphericalangle BAD = 60°$ ، وطول ضلعه 8 سم. القطران يتقاطعان في النقطة O.

أ. برهن أنّ المثلّث ABD متساوي الأضلاع.

.....

ب. احسب طول القطر BD.

.....

ج. احسب طول AO وطول القطر AC.

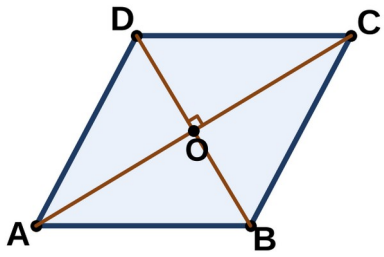
.....

د. احسب مساحة المعيّن.

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: براهين



5. الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع قطراه متعامدان، ويتقاطعان في النقطة O.

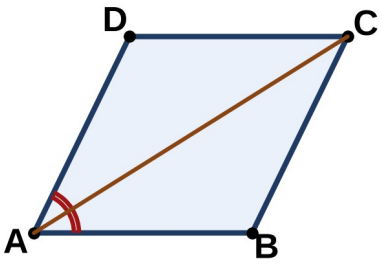
أ. برهن أنّ $\triangle AOD \cong \triangle AOB$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن أنّ ABCD معيّن.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



6. الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع، والقطر AC ينصّف الزاوية ∢BAD.

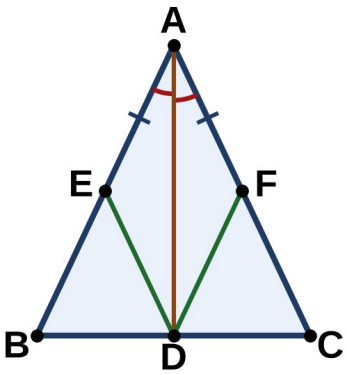
أ. برهن أنّ ∢DCA = ∢DAC.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		

ب. برهن أنّ ABCD معيّن.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



7. المثلّث ABC متساوي الساقين، فيه $AB = AC$.
القطعة AD تنصّف الزاوية $\sphericalangle BAC$ ، والنقطة D على BC. رُسمت $DE \parallel AC$ حيث E على AB، ورُسمت $DF \parallel AB$ حيث F على AC.

أ. برهن أنّ AEDF متوازي أضلاع.

ب. برهن أنّ AEDF معيّن.

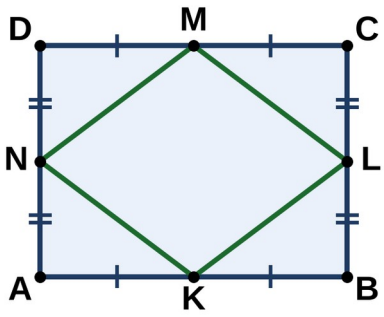
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ج. برهن أنّ النقطة E منتصف الضلع AB.

د. معطى: $AB = 12$ سم. احسب محيط المعيّن AEDF.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

8. النقاط K وL وM وN هي منتصفات أضلاع المستطيل ABCD، كما في الرسم.



أ. برهن أنّ $\triangle AKN \cong \triangle BKL$.

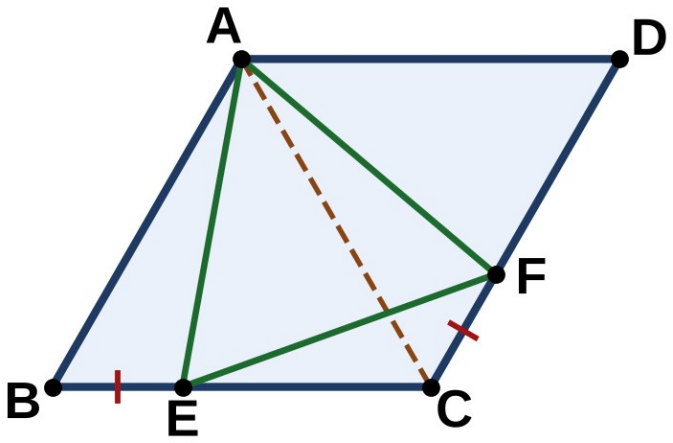
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن أنّ KLMN معيّن.

ج. معطى: AB = 16 سم، BC = 12 سم. احسب محيط المعيّن KLMN ومساحته.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. سؤال تحدٍّ: في المعيّن ABCD معطى: $\measuredangle ABC = 60°$. النقطة E على الضلع BC، والنقطة F على الضلع CD، بحيث $BE = CF$.



أ. برهن أنّ المثلّث ABC متساوي الأضلاع، وأنّ $\measuredangle ACD = 60°$.

ب. برهن أنّ $\triangle ACF \cong \triangle ABE$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ج. برهن أنّ المثلّث AEF متساوي الأضلاع.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ	$3x - 4 = x + 6 \rightarrow x = 5$ $AB = 11\ ,\ P = 4 \cdot 11 = 44$	أضلاع المعيّن متساوية، المحيط 44 سم
ب	$2y + 5 = 4y - 15 \rightarrow y = 10$	القطر BD ينصّف الزاوية $\sphericalangle ABC$
ج	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 2 \cdot 25° = 50°$ $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCD = 180° - 50° = 130°$	زاويتان متجاورتان في متوازي الأضلاع مجموعهما $180°$
د	$\sphericalangle BAC = 130° : 2 = 65°$ $\sphericalangle ADB = \sphericalangle ABD = 25°$	القطر AC ينصّف الزاوية $\sphericalangle BAD$ المثلّث ABD متساوي الساقين لأنّ $AB = AD$

السؤال 2

أ	$x + 3 = 2x - 2 \rightarrow x = 5$ $AO = 8\ ,\ AC = 16$	القطران ينصّف كلّ منهما الآخر
ب	$BO = 6$ $AB^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \rightarrow AB = 10$ $P = 40$	القطران متعامدان: نظريّة فيثاغورس في المثلّث AOB المحيط 40 سم
ج	$S = 16 \cdot 12 : 2 = 96$	نصف حاصل ضرب القطرين: 96 سم مربّع
د	$10 \cdot h = 96 \rightarrow h = 9.6$	المعيّن متوازي أضلاع: المساحة = الضلع × الارتفاع

السؤال 3

أ	$(x + 20) + (2x + 10) = 90 \rightarrow x = 20$	القطران متعامدان، إذن $\sphericalangle AOB = 90°$ ومجموع الزاويتين الحادّتين في المثلّث AOB يساوي $90°$
ب	$\sphericalangle ABO = 40°\ ,\ \sphericalangle BAO = 50°$ $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 80°$ $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCD = 100°$	كلّ قطر ينصّف زاويتي المعيّن اللتين يمرّ برأسيهما
ج	$\sphericalangle ADB = \sphericalangle ABD = 40°$ $\sphericalangle ACD = \sphericalangle CAB = 50°$	زاويتا القاعدة في المثلّث ABD، لأنّ $AB = AD$ زاويتان متبادلتان بين $AB \parallel DC$

السؤال 4

أ	$AB = AD\ ,\ \sphericalangle BAD = 60°$ $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ADB = 60°$	المثلّث ABD متساوي الساقين وزاوية رأسه $60°$ ، فكلّ من زاويتي القاعدة $60°$ أيضًا، إذن هو متساوي الأضلاع
ب	$BD = AB = 8$	المثلّث ABD متساوي الأضلاع
ج	$BO = 4$ $AO^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \rightarrow AO = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \approx 6.93$ $AC = 2AO = 8\sqrt{3} \approx 13.86$	القطران متعامدان وينصّف كلّ منهما الآخر نظريّة فيثاغورس في المثلّث AOB
د	$S = (8\sqrt{3} \cdot 8) : 2 = 32\sqrt{3} \approx 55.4$	نصف حاصل ضرب القطرين (بالسنتيمتر المربّع)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 5 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	AO = AO	ضلع مشترك
2	∢AOB = ∢AOD = 90°	القطران متعامدان (معطى)
3	BO = OD	قطرا متوازي الأضلاع ينصّف كلّ منهما الآخر
4	△AOB ≅ △AOD	نظريّة التطابق ض ز ض

السؤال 5 – ب

	ادّعاء	تعليل
1	AB = AD	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين
2	ABCD معيّن	متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان

السؤال 6 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	∢BAC = ∢DAC	AC ينصّف الزاوية ∢BAD (معطى)
2	∢BAC = ∢DCA	زاويتان متبادلتان بين AB ‖ DC
3	∢DAC = ∢DCA	مساواة بالتعدّي من 1 و2

السؤال 6 – ب

	ادّعاء	تعليل
1	AD = DC	في المثلّث ADC مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان
2	ABCD معيّن	متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان

السؤال 7 – أ

أ	DE ‖ AF , DF ‖ AE	AEDF متوازي أضلاع لأنّ كلّ ضلعين متقابلين فيه متوازيان

السؤال 7 – ب

	ادّعاء	تعليل
1	∢EAD = ∢DAF	AD منصّف الزاوية ∢BAC
2	∢EDA = ∢DAF	زاويتان متبادلتان بين DE ‖ AC
3	∢EAD = ∢EDA	مساواة بالتعدّي
4	AE = ED	مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان
5	AEDF معيّن	متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان

السؤال 7 – ج، د

ج	BD = DC DE ‖ AC → AE = EB	في المثلّث المتساوي الساقين منصّف زاوية الرأس هو متوسّط أيضًا المستقيم الذي يمرّ بمنتصف ضلع في المثلّث ويوازي ضلعًا آخر ينصّف الضلع الثالث

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

د	$AE = 12 : 2 = 6$ $P = 4 \cdot 6 = 24$	محيط المعيّن 24 سم

السؤال 8 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	$AK = BK$	K منتصف AB
2	$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 90°$	زوايا المستطيل قائمة
3	$AN = BL$	نصفا الضلعين المتقابلين المتساويين AD وBC
4	$\triangle AKN \cong \triangle BKL$	نظريّة التطابق ض ز ض

السؤال 8 – ب، ج

ب	$KN = KL = LM = MN$	بالطريقة نفسها: المثلّثات القائمة الأربعة عند الرؤوس متطابقة، فأضلاع KLMN الأربعة متساوية، إذن KLMN معيّن
ج	$AK = 8\ ,\ AN = 6$ $KN^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \rightarrow KN = 10$ $P = 40$ $S = 16 \cdot 12 - 4 \cdot (8 \cdot 6 : 2) = 96$	نصفا الضلعين نظريّة فيثاغورس في المثلّث AKN محيط المعيّن 40 سم مساحة المستطيل ناقص أربعة مثلّثات: 96 سم مربّع

السؤال 9 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	$AB = BC$	أضلاع المعيّن متساوية
2	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle BCA = 60°$	زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين ABC، كلّ منهما $(180° - 60°) : 2$
3	المثلّث ABC متساوي الأضلاع	جميع زواياه $60°$
4	$\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCA = 60°$	القطر AC ينصّف الزاوية $\sphericalangle BCD$

السؤال 9 – ب

	ادّعاء	تعليل
1	$AB = AC$	المثلّث ABC متساوي الأضلاع
2	$\sphericalangle ABE = \sphericalangle ACF = 60°$	معطى، ومن البند أ
3	$BE = CF$	معطى
4	$\triangle ABE \cong \triangle ACF$	نظريّة التطابق ض ز ض

السؤال 9 – ج

	ادّعاء	تعليل
1	$AE = AF$	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين
2	$\sphericalangle BAE = \sphericalangle CAF$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين
3	$\sphericalangle EAF = \sphericalangle BAC = 60°$	$\sphericalangle EAF = \sphericalangle EAC + \sphericalangle CAF = \sphericalangle EAC + \sphericalangle BAE$
4	المثلّث AEF متساوي الأضلاع	مثلّث متساوي الساقين زاوية رأسه $60°$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي