مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
ת.ד. ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 📠 04/6084337 NAZARETH 16101 נצרת
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

ورقة مراجعة: الدالّة التربيعيّة والمستقيمات

الصف التاسع – 5 وحدات

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

1. حلّ المتباينة الآتية.

$$\frac{x^2+3}{2}-\frac{x+1}{5}<2-\frac{3x^2+4}{10}$$

نضرب في 10: $5x^2+15-2x-2<20-3x^2-4$

$8x^2-2x-3<0 \leftarrow (4x-3)(2x+1)<0$

$-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}$

2. أسئلة مع بارامتر:

أ. معطاة الدالّة $y=mx^2+(m+3)x+m^2-2m-8$ ، حيث $m\neq 0$. لأيّ قيم m يقطع الرسم البيانيّ للدالّة الجزء السالب من المحور y؟

$m^2-2m-8<0 \leftarrow (m-4)(m+2)<0$

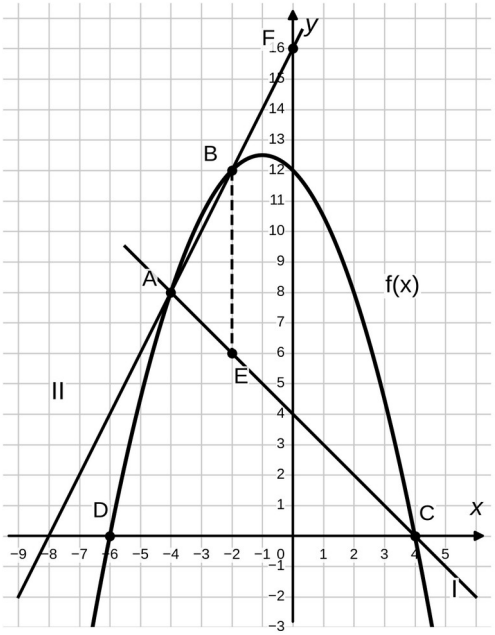
$m\neq 0 \ ، \ -2<m<4$

ب. معطاة الدالّة $y=(m+2)x^2+(m^2-3m-22)x-5$ ، حيث $m\neq -2$. معادلة محور التماثل هي $x=3$. جد m، وحدّد في كلّ حالة نوع نقطة الرأس.

$$\frac{-(m^2-3m-22)}{2(m+2)}=3 \Rightarrow m^2+3m-10=0$$

$m=2: a=4>0 \leftarrow$ صغرى ، $m=-5: a=-3<0 \leftarrow$ عظمى

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



3. في هيئة المحاور المجاورة رُسم القطع المكافئ f(x) والمستقيمان I وII. القطع المكافئ يقطع المحور x في النقطتين D(−6, 0) وC(4, 0)، ويقطع المحور y في النقطة (0, 12). معادلة المستقيم II هي $y = 2x + 16$، وهو يقطع القطع المكافئ في النقطتين A وB. المستقيم I يمرّ بالنقطتين A وC. النقطة E تقع على المستقيم I بحيث يوازي BE المحور y.

أ. جد الدالّة f(x) في الصورة $y = ax^2 + bx + c$.

$f(x) = a(x + 6)(x - 4)$ ، والتعويض (0, 12):
$-24a = 12 \leftarrow a = -0.5$
$f(x) = -0.5x^2 - x + 12$

ب. جد إحداثيّات نقطة رأس القطع المكافئ، وحدّد نوعها.

$x = -b : 2a = -1$ ، $f(-1) = 12.5$
الرأس (−1, 12.5) ، نقطة عظمى

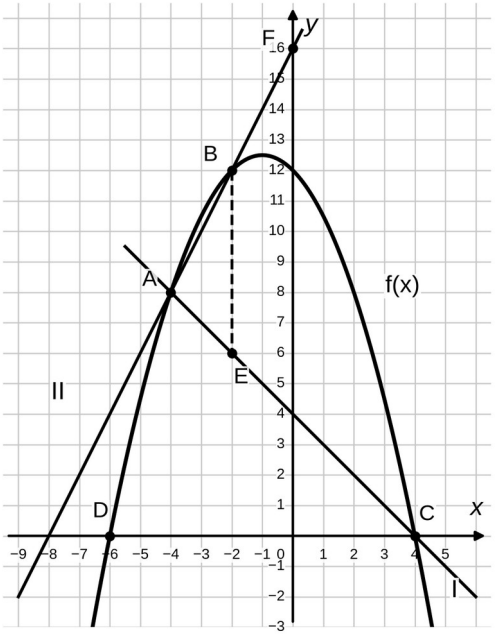
ج. جد إحداثيّات النقطتين A وB بطريقة جبريّة.

$-0.5x^2 - x + 12 = 2x + 16 \leftarrow x^2 + 6x + 8 = 0$
$x = -4$ أو $x = -2 \leftarrow$ A(−4, 8) ، B(−2, 12)

د. اكتب معادلة المستقيم I، ثمّ جد إحداثيّات النقطة E وطول القطعة BE.

ميل AC: $(0 - 8) : (4 + 4) = -1 \leftarrow y = -x + 4$
E(−2, 6) ، $BE = 12 - 6 = 6$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



4. في معطيات السؤال 3 (الرسم مكرّر للتسهيل):

أ. احسب مساحة المثلّث ABE ومساحة المثلّث BEC، ثمّ مساحة المثلّث ABC.

$S(ABE) = 6 \cdot 2 : 2 = 6$
$S(BEC) = 6 \cdot 6 : 2 = 18$
$S(ABC) = 6 + 18 = 24$

ب. جد قيم x التي يتحقّق فيها $f(x) > 2x + 16$، وقيم x التي يتحقّق فيها $f(x) \cdot (2x + 16) < 0$.

$f(x) > 2x + 16$: $-4 < x < -2$
المستقيم II يقطع المحور x في $(-8, 0)$
$f(x) \cdot (2x + 16) < 0$: $-8 < x < -6$ أو $x > 4$

ج. النقطة P تتحرّك على القطع المكافئ بين A وB، وQ نقطة على المستقيم II بحيث يوازي PQ المحور y. عند أيّ قيمة x يكون طول القطعة PQ أكبر ما يمكن؟ ما هذا الطول؟

$PQ = f(x) - (2x + 16) = -0.5x^2 - 3x - 4$
رأس هذه الدالّة عند $x = -3$ ، والطول الأكبر $PQ = 0.5$

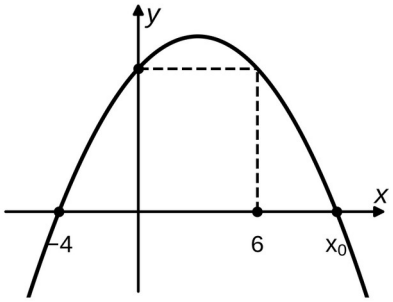
د. معطاة الدالّة $t(x) = f(x + 3)$. جد المجال الموجب للدالّة $t(x)$.

إزاحة 3 وحدات إلى اليسار: النقاط الصفريّة -9 و1
المجال الموجب: $-9 < x < 1$

هـ. لأيّ قيمة k يقطع المستقيم $y = k$ القطع المكافئ في نقطة واحدة فقط؟

$k = 12.5$ (المستقيم يمرّ برأس القطع المكافئ)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



5. أمامك رسم تقريبيّ للدالّة $f(x) = ax^2 + bx + c$. القطع المكافئ يقطع المحور x في النقطتين $(-4, 0)$ و$(x_0, 0)$، والنقطتان $(0, c)$ و$(6, c)$ تقعان عليه. اكتب بجانب كلّ ادّعاء «صحيح» أو «غير صحيح»، وعلّل.

1) $x_0 = 10$

صحيح: محور التماثل $x = 3$ (منتصف 0 و6)، و$3 + 7 = 10$

2) $f(-1) = f(7)$

صحيح: النقطتان متماثلتان بالنسبة إلى $x = 3$

3) $b < 0$

غير صحيح: $a < 0$ و$-b : 2a = 3 \leftarrow b = -6a > 0$

4) $a \cdot c > 0$

غير صحيح: $a < 0$ (القطع مقلوب) و$c > 0$

5) $b = -6a$

صحيح: $-b : 2a = 3$

6) $b^2 - 4ac < 0$

غير صحيح: للدالّة نقطتان صفريّتان، إذن $b^2 - 4ac > 0$

7) $4a + 2b + c > 0$

صحيح: $4a + 2b + c = f(2)$ ، و2 في المجال الموجب $-4 < x < 10$

8) $f(-2) < f(9)$

غير صحيح: بُعد -2 عن المحور 5 وبُعد 9 عنه 6، والقطع مقلوب، إذن $f(-2) > f(9)$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

6. أسئلة مع بارامتر (تتمّة):

أ. لأيّ قيم m يقطع المستقيم $y = 2x + m$ القطع المكافئ $y = x^2 - 4x + 3$ في نقطتين؟ ولأيّ قيمة m يلتقيان في نقطة واحدة فقط؟ جد هذه النقطة.

$b^2 - 4ac = 36 - 4(3 - m) = 24 + 4m$ ، $x^2 - 6x + 3 - m = 0$

نقطتان: $m > -6$ ، نقطة واحدة: $m = -6$ ، النقطة $(3, 0)$

ب. معطاة الدالّة $y = x^2 - 2mx + m^2 + m - 6$. لأيّ قيمة m تقع نقطة الرأس على المحور x؟ ولأيّ قيم m تقع نقطة الرأس في الربع الرابع؟

$y = (x - m)^2 + m - 6 \leftarrow$ الرأس $(m, m - 6)$

على المحور x: $m = 6$ ، في الربع الرابع: $0 < m < 6$

ج. لأيّ قيم m تكون جميع قيم الدالّة $y = (m - 1)x^2 + 4x + 2$ موجبة (لكلّ قيم x)؟ علّل.

يجب أن يكون القطع قائمًا: $m - 1 > 0 \leftarrow m > 1$

ولا نقاط صفريّة: $16 - 8(m - 1) < 0 \leftarrow m > 3$

إذن: $m > 3$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي