مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: المستطيل

الصف التاسع

تذكير

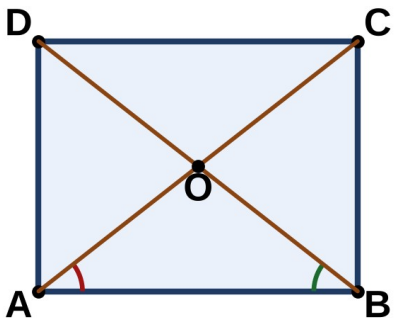
- تعريف: المستطيل شكل رباعيّ جميع زواياه قائمة.
- خواصّه: المستطيل متوازي أضلاع، فله جميع خواصّ متوازي الأضلاع. إضافةً إلى ذلك: جميع زواياه قائمة، وقطراه متساويان. بما أنّ القطرين متساويان وينصّف كلّ منهما الآخر، فإنّ $AO = BO = CO = DO$ حيث O نقطة تقاطع القطرين.
- شروط كافية: يكون الشكل الرباعيّ مستطيلًا إذا تحقّق فيه أحد الشروط الآتية: متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة، أو متوازي أضلاع قطراه متساويان، أو شكل رباعيّ فيه ثلاث زوايا قائمة، أو شكل رباعيّ قطراه متساويان وينصّف كلّ منهما الآخر.

أوّلًا: حسابات

1. قطرا المستطيل ABCD يتقاطعان في النقطة O.
معطى:

$BD = 4x + 6$ $\quad AO = 3x - 1$

$\measuredangle OBA = (3y - 7)°$ $\quad \measuredangle OAB = (2y + 8)°$



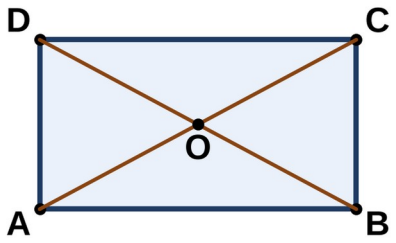
أ. جد قيمة x، واحسب طولي AO وBD. علّل.

ب. جد قيمة y. علّل.

ج. احسب $\measuredangle AOB$ و $\measuredangle BOC$ و $\measuredangle OBC$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. محيط المستطيل ABCD يساوي 46 سم، والضلع AB أطول من الضلع BC بـ 7 سم. القطران يتقاطعان في النقطة O.



أ. جد طولي ضلعي المستطيل.

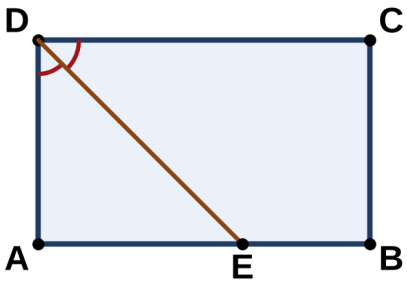
ب. احسب طول القطر AC، وطول القطعة BO.

ج. احسب مساحة المستطيل.

د. احسب مساحة المثلّث AOB. علّل.

3. في المستطيل ABCD القطعة DE تنصّف الزاوية $\sphericalangle ADC$ ، والنقطة E تقع على الضلع AB. معطى (الأطوال بالسنتيمتر):

$AB = 13 \qquad AE = x + 3 \qquad AD = 2x - 2$



أ. برهن أنّ المثلّث ADE متساوي الساقين.

ب. جد قيمة x، واحسب طول EB.

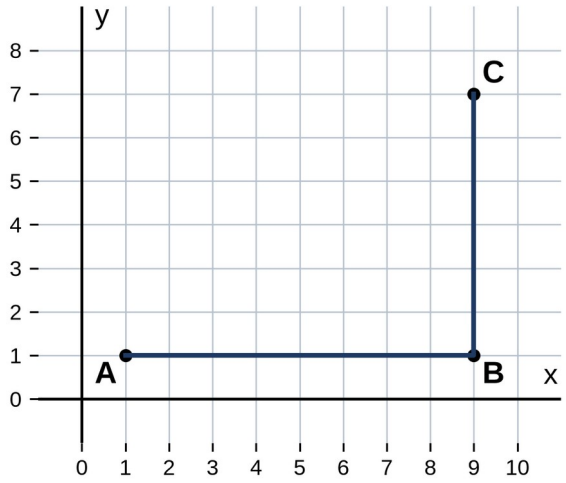
ج. احسب مساحة المثلّث ADE ومساحة الشكل الرباعيّ EBCD.

د. احسب $\sphericalangle DEB$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4. معطاة ثلاثة رؤوس للمستطيل ABCD في هيئة المحاور:

A(1, 1) B(9, 1) C(9, 7)



أ. جد إحداثيّي الرأس D.

.....

ب. احسب طول القطر AC.

.....

ج. جد إحداثيّي نقطة تقاطع القطرين.

.....

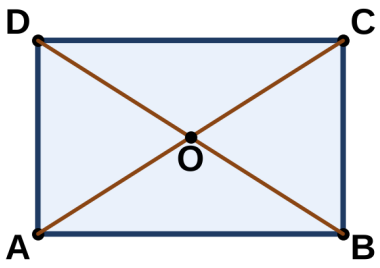
د. احسب مساحة المستطيل ومحيطه.

.....

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: براهين

5. الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع قطراه متساويان: AC = BD.



أ. برهن أنّ △BAC ≅ △ABD.

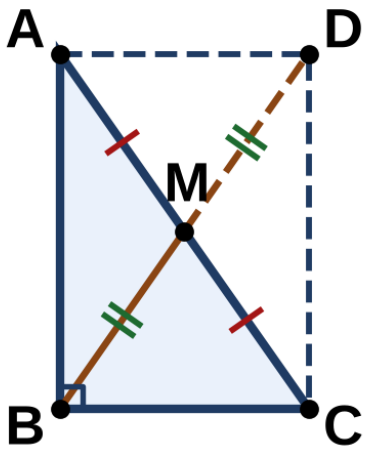
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن أنّ ABCD مستطيل.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

6. في المثلّث ABC الزاوية $\measuredangle ABC$ قائمة، والنقطة M منتصف الوتر AC. مُدّت القطعة BM على استقامتها إلى النقطة D بحيث $MD = BM$.



أ. برهن أنّ الشكل الرباعيّ ABCD مستطيل.

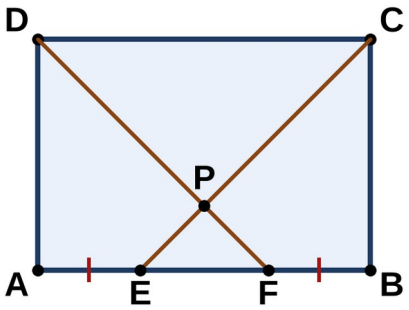
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. استنتج أنّ $BM = AC : 2$. علّل.

ج. معطى: $\measuredangle BAC = 35°$. احسب $\measuredangle ABM$ و $\measuredangle MBC$ و $\measuredangle BMC$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. في المستطيل ABCD النقطتان E وF تقعان على الضلع AB بحيث $AE = BF$. القطعتان DF وCE تتقاطعان في النقطة P.



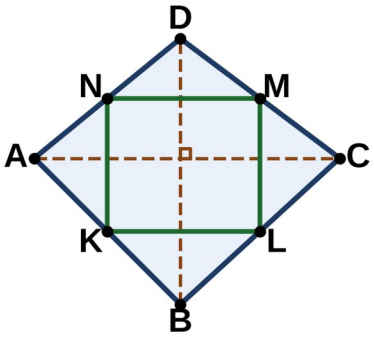
أ. برهن أنّ $\triangle BCE \cong \triangle ADF$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب. برهن أنّ المثلّث PEF متساوي الساقين.

ج. برهن أنّ $PD = PC$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



8. في الشكل الرباعيّ ABCD القطران متعامدان: $AC \perp BD$. النقاط K وL وM وN هي منتصفات الأضلاع AB وBC وCD وDA بالترتيب.

أ. برهن أنّ KLMN متوازي أضلاع.

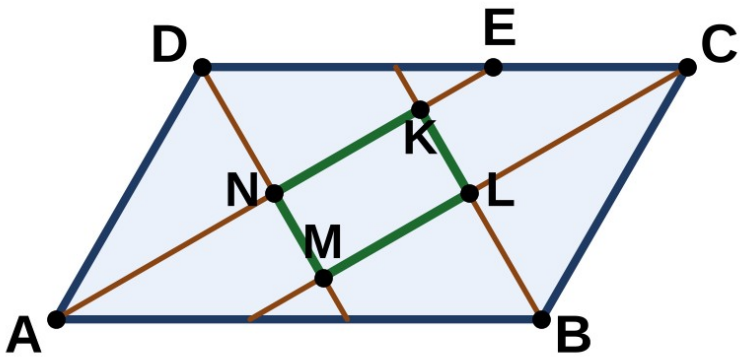
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. برهن أنّ KLMN مستطيل.

ج. معطى: $AC = 12$ سم، $BD = 8$ سم. احسب مساحة المستطيل KLMN.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. سؤال تحدٍّ: في متوازي الأضلاع ABCD معطى: $AB = 10$ سم، $AD = 6$ سم.
منصّفات زواياه الأربع تتقاطع وتكوّن الشكل الرباعيّ KLMN. منصّف الزاوية $\sphericalangle A$ يقطع الضلع DC في النقطة E.



أ. برهن أنّ $\sphericalangle AKB = 90°$.

ب. برهن أنّ KLMN مستطيل.

ج. احسب طولي القطعتين DE وEC. علّل.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ	$2(3x-1)=4x+6 \rightarrow x=4$ $AO=11\ ,\ BD=22$	قطرا المستطيل متساويان وينصّف كلّ منهما الآخر، إذن $BD=AC=2AO$
ب	$2y+8=3y-7 \rightarrow y=15$	$AO=BO$ ، إذن المثلّث AOB متساوي الساقين وزاويتا القاعدة متساويتان
ج	$\sphericalangle OAB=\sphericalangle OBA=38°$ $\sphericalangle AOB=180°-76°=104°$ $\sphericalangle BOC=180°-104°=76°$ $\sphericalangle OBC=90°-38°=52°$	المثلّث AOB متساوي الساقين مجموع زوايا المثلّث زاويتان متجاورتان على مستقيم $\sphericalangle ABC=90°$

السؤال 2

أ	$x+(x+7)=23 \rightarrow x=8$ $BC=8\ ,\ AB=15$	نصف المحيط يساوي 23 سم
ب	$AC^2=15^2+8^2=289 \rightarrow AC=17$ $BO=AC:2=8.5$	نظريّة فيثاغورس في المثلّث ABC القطران متساويان وينصّف كلّ منهما الآخر
ج	$S=15\cdot 8=120$	المساحة 120 سم مربّع
د	$S(AOB)=120:4=30$	مساحة المثلّث ABC تساوي 60، والقطعة BO متوسّط فيه، فتقسمه إلى مثلّثين متساويين في المساحة

السؤال 3

أ	$\sphericalangle ADE=45°$ $\sphericalangle DEA=180°-90°-45°=45°$ $AE=AD$	DE تنصّف الزاوية القائمة $\sphericalangle ADC$ مجموع زوايا المثلّث ADE مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان
ب	$2x-2=x+3 \rightarrow x=5$ $AD=AE=8\ ,\ EB=13-8=5$	من البند أ: $AD=AE$
ج	$S(ADE)=8\cdot 8:2=32$ $S(EBCD)=13\cdot 8-32=72$	مساحة المستطيل ناقص مساحة المثلّث
د	$\sphericalangle DEB=180°-45°=135°$	زاويتان متجاورتان على مستقيم

السؤال 4

أ	$D(1,\ 7)$	$AD \parallel BC$ و $AD=BC=6$
ب	$AC^2=8^2+6^2=100 \rightarrow AC=10$	$AB=8$ ، $BC=6$ ، ونظريّة فيثاغورس
ج	$O(5,\ 4)$	منتصف القطر AC
د	$P=2(8+6)=28\ ,\ S=8\cdot 6=48$	المساحة 48 وحدة مربّعة، والمحيط 28 وحدة

السؤال 5 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	$AB=BA$	ضلع مشترك

موقع المعلّمة كرستين عيد برانسي

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2	$AD = BC$	ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع
3	$BD = AC$	معطى
4	$\triangle ABD \cong \triangle BAC$	نظريّة التطابق ض ض ض

السؤال 5 – ب

	ادّعاء	تعليل
1	$\sphericalangle DAB = \sphericalangle CBA$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين
2	$\sphericalangle DAB + \sphericalangle CBA = 180°$	زاويتان متجاورتان في متوازي الأضلاع
3	$\sphericalangle DAB = 90°$	من 1 و2
4	ABCD مستطيل	متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة

السؤال 6 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	$AM = MC$	M منتصف AC
2	$BM = MD$	معطى
3	ABCD متوازي أضلاع	قطراه ينصّف كلّ منهما الآخر
4	ABCD مستطيل	متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة $\sphericalangle ABC = 90°$

السؤال 6 – ب، ج

ب	$BD = AC$ $BM = BD : 2 = AC : 2$	قطرا المستطيل متساويان، وM منتصف BD المتوسّط إلى الوتر يساوي نصف الوتر
ج	$\sphericalangle ABM = \sphericalangle BAC = 35°$ $\sphericalangle MBC = 90° - 35° = 55°$ $\sphericalangle BMC = 180° - 2 \cdot 55° = 70°$	المثلّث AMB متساوي الساقين لأنّ MA = MB لأنّ $\sphericalangle ABC = 90°$ المثلّث BMC متساوي الساقين لأنّ MB = MC

السؤال 7 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	$AD = BC$	ضلعان متقابلان في المستطيل
2	$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 90°$	زوايا المستطيل قائمة
3	$AF = AE + EF = BF + EF = BE$	إضافة القطعة EF إلى قطعتين متساويتين
4	$\triangle ADF \cong \triangle BCE$	نظريّة التطابق ض ز ض

السؤال 7 – ب، ج

ب	$\sphericalangle AFD = \sphericalangle BEC$ $\sphericalangle PFE = \sphericalangle PEF \rightarrow PE = PF$	زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين مقابل زاويتين متساويتين ضلعان متساويان
ج	$\sphericalangle PDC = 90° - \sphericalangle ADF$ $\sphericalangle PCD = 90° - \sphericalangle BCE$ $\sphericalangle PDC = \sphericalangle PCD \rightarrow PD = PC$	زوايا المستطيل قائمة لأنّ $\sphericalangle ADF = \sphericalangle BCE$ من التطابق، فالمثلّث PDC متساوي الساقين

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 8 – أ

	ادّعاء	تعليل
1	$KL \parallel AC$ ، $KL = AC : 2$	KL قطعة متوسّطة في المثلّث ABC
2	$NM \parallel AC$ ، $NM = AC : 2$	NM قطعة متوسّطة في المثلّث ADC
3	KLMN متوازي أضلاع	ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان

السؤال 8 – ب، ج

ب	$LM \parallel BD$, $KL \parallel AC$, $AC \perp BD$ $\sphericalangle KLM = 90°$	LM قطعة متوسّطة في المثلّث BCD مستقيم عموديّ على أحد مستقيمين متوازيين عموديّ على الآخر متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة، إذن KLMN مستطيل
ج	$KL = 12 : 2 = 6$, $LM = 8 : 2 = 4$ $S = 6 \cdot 4 = 24$	المساحة 24 سم مربّع

السؤال 9

أ	$\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180°$ $\sphericalangle KAB + \sphericalangle KBA = 90°$ $\sphericalangle AKB = 90°$	زاويتان متجاورتان في متوازي الأضلاع نصفا الزاويتين مجموع زوايا المثلّث AKB
ب	$\sphericalangle K = \sphericalangle L = \sphericalangle M = \sphericalangle N = 90°$	بالطريقة نفسها: كلّ زاوية في KLMN تقع بين منصّفي زاويتين متجاورتين في متوازي الأضلاع، فهي قائمة (أو تقابلها بالرأس زاوية قائمة). شكل رباعيّ زواياه قائمة هو مستطيل
ج	$\sphericalangle DEA = \sphericalangle EAB = \sphericalangle DAE$ $DE = AD = 6$, $EC = 10 - 6 = 4$	زاويتان متبادلتان بين $AB \parallel DC$ ، وAE منصّف المثلّث ADE متساوي الساقين، و $DC = AB = 10$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي