مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
ת.ד. ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת NAZARETH 16101
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: التعابير الجبريّة

الصف التاسع – 5 وحدات

تذكير: التوزيع الموسّع وقوانين الضرب المختصر

التوزيع الموسّع	$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$
مربّع مجموع	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
مربّع فرق	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
فرق مربّعين	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

مثال محلول: تحليل ثلاثيّ الحدود

لتحليل التعبير x^2+5x+6 نبحث عن عددين حاصل ضربهما 6 ومجموعهما 5.
العددان هما 2 و3، لأنّ:

$$2+3=5 \qquad 2\cdot 3=6$$

إذن:

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

تحقّق بالتوزيع الموسّع: $(x+2)(x+3)=x^2+3x+2x+6=x^2+5x+6$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 1: التوزيع الموسّع

افتح الأقواس وبسّط.

أ) $(x+5)(x-3) =$ _____

ب) $(2a-3)(a+4) =$ _____

ج) $(x+2)(x^2-3x+1) =$ _____

د) $(3a-b)(2a+5b)-6a^2 =$ _____

هـ) $(x-1)(x+2)-(x+3)(x-4) =$ _____

و) $(x-1)(x+2)(x-3) =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 2: قوانين الضرب المختصر

أ) افتح الأقواس باستعمال قوانين الضرب المختصر، وبسّط.

1) $(2x+5)^2 =$ _____

2) $(3a-4b)^2 =$ _____

3) $\left(\frac{x}{2}-4\right)^2 =$ _____

4) $(5x-3)(5x+3) =$ _____

5) $(x+3)^2-(x-3)^2 =$ _____

6) $(x^2+1)(x+1)(x-1) =$ _____

ب) أكمل الناقص في المربّعات لتحصل على جمل صحيحة.

1) $(\square+3)^2 = 4x^2+\square+9$

2) $(x-\square)^2 = x^2-10x+\square$

3) $(\square-\square)(\square+\square) = 49a^2-16$

سؤال 3: حساب ذكيّ

احسب بدون آلة حاسبة باستعمال قوانين الضرب المختصر، واكتب القانون الذي استعملته.

أ) $101^2-99^2 =$ _____

ب) $52\cdot 48 =$ _____

ج) $99^2 =$ _____

د) $1003\cdot 997 =$ _____

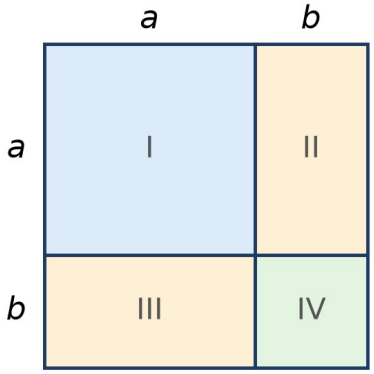
هـ) $2026^2-2025^2 =$ _____

و) $998^2 =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 4: قوانين الضرب المختصر بالرسم

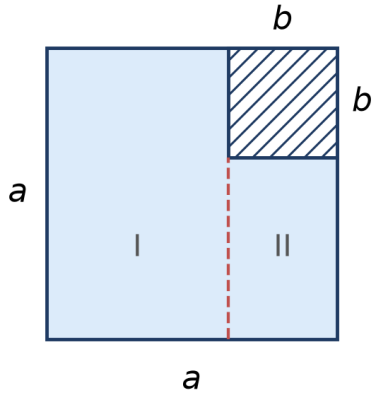
أ) المربّع الكبير في الرسم مقسوم إلى أربعة أجزاء.



1) اكتب مساحة كلّ جزء من الأجزاء I، II، III، IV.

2) اكتب مساحة المربّع الكبير بطريقتين، واستنتج القانون.

ب) من مربّع طول ضلعه a قصصنا مربّعًا صغيرًا طول ضلعه b (الجزء المخطّط).



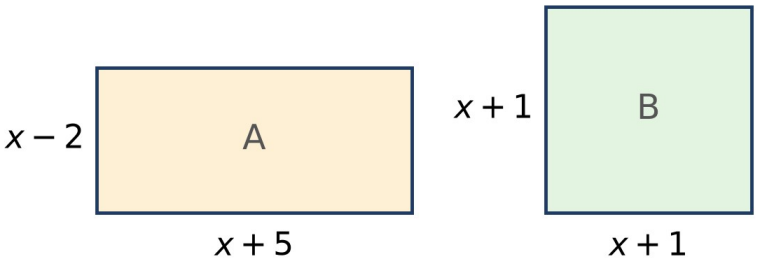
1) اكتب مساحة الجزء الملوّن المتبقّي بدلالة a وb.

2) قسمنا الجزء الملوّن إلى مستطيلين I وII. اكتب طول كلّ مستطيل وعرضه، ثمّ بيّن أنّ:
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 5: مقارنة مساحات

أ) في الرسم مستطيل A ومربّع B (الأطوال بالسنتيمتر، و $x > 2$).



1) اكتب مساحة كلّ شكل كتعبير جبريّ مبسّط.

2) لأيّ قيم x تكون مساحة المستطيل أكبر من مساحة المربّع؟ ولأيّ قيمة تتساوى المساحتان؟

ب) طول ضلع مربّع x سم. زدنا طوله 3 سم، وأنقصنا عرضه 3 سم، فحصلنا على مستطيل. هل تغيّرت المساحة؟ بكم؟ علّل جوابك جبريًّا.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 6: معادلات

حلّ المعادلات الآتية (افتح الأقواس أوّلًا وبسّط).

أ) $(x+3)^2-(x-2)^2=35$

ب) $(2x-1)(2x+1)-4x(x-2)=15$

ج) $(x-4)^2=(x+2)(x-6)$

د) $(x+5)(x-1)=(x+3)^2-2$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 7: التحليل إلى عوامل

حلّل إلى عوامل بأكبر قدر ممكن.

إخراج عامل مشترك

أ) $6x^3 - 9x^2 =$ _____

ب) $4a^2b - 10ab^2 =$ _____

ج) $x(x-2) + 3(x-2) =$ _____

باستعمال قوانين الضرب المختصر

د) $x^2 - 49 =$ _____

هـ) $9a^2 - 30a + 25 =$ _____

و) $x^2 + 14x + 49 =$ _____

ثلاثيّ الحدود

ز) $x^2 - 5x - 14 =$ _____

ح) $x^2 + 9x + 20 =$ _____

ط) $x^2 - 8x + 15 =$ _____

عامل مشترك ثمّ قانون أو ثلاثيّ حدود

ي) $5x^3 - 20x =$ _____

ك) $2x^3 - 12x^2 + 18x =$ _____

ل) $3x^2 + 6x - 24 =$ _____

م) $x^4 - 81 =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 8: معادلات تربيعيّة

حلّ المعادلات بالتحليل إلى عوامل. انقل كلّ الحدود إلى طرف واحد أوّلًا.

أ) $x^2 - 7x + 12 = 0$

ب) $x^2 + 2x - 15 = 0$

ج) $3x^2 = 12x$

د) $x^2 - 25 = 0$

هـ) $x^3 - 9x = 0$

و) $(x + 1)^2 = 4x + 9$

ز) $x^2 + 16 = 8x$

ح) $x(x - 3) = 10$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 9: اختزال الكسور الجبريّة

حلّل البسط والمقام إلى عوامل، ثمّ اختزل. اكتب لأيّ قيم لا يكون الكسر معرّفًا.

أ) $\frac{x^2-9}{x^2+3x} = _____$

ب) $\frac{x^2-6x+9}{2x-6} = _____$

ج) $\frac{x^2+x-12}{x^2-16} = _____$

د) $\frac{5a^2-5}{a^2+2a+1} = _____$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 10: ضرب الكسور الجبريّة وقسمتها

نفّذ واختزل إلى أبسط صورة. اكتب مجال التعريف.

أ) $\frac{x^2-4}{3x} \cdot \frac{6x^2}{x+2} =$ _____

ب) $\frac{x^2+5x+6}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+2} =$ _____

ج) $\frac{a^2-1}{a^2+a} : \frac{a-1}{a^2} =$ _____

د) $\frac{x^2-10x+25}{x^2-25} : \frac{x-5}{2x+10} =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 11: أسئلة تفكير

أ) معلوم أنّ $a + b = 7$ و $ab = 10$. احسب بدون إيجاد a و b:

1) $a^2 + b^2$

2) $(a - b)^2$

ب) جِد كلّ قيم k التي يكون فيها التعبير $x^2 + kx + 49$ مربّعًا كاملًا.

ج) أثبت أنّ الفرق بين مربّعي عددين صحيحين متتاليين هو عدد فرديّ. (إرشاد: سمِّ العددين n و $n + 1$.)

د) أثبت أنّ العدد $n(n + 2) + 1$ مربّع كامل لكلّ عدد صحيح n.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

سؤال 12: أخطاء ومسائل

هـ) حلّ سامي المعادلة $x^2 = 5x$ هكذا: قسم الطرفين على x وحصل على $x = 5$. ما الخطأ في حلّه؟ اكتب الحلّ الصحيح.

و) مساحة مستطيل $x^2 + 7x + 12$ سم². طول أحد أضلاعه $x + 3$ سم. جِد طول الضلع الآخر، واحسب محيط المستطيل بدلالة x.

سؤال 13: تحدٍّ

أ) معلوم أنّ:

$$x - \frac{1}{x} = 3$$

احسب بدون إيجاد x: $x^2 + \frac{1}{x^2}$ (إرشاد: ربّع الطرفين.)

ب) حلّل التعبير $2x^2 + 7x + 3$ إلى عوامل، ثمّ حلّ المعادلة:

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

إرشاد: ابحث عن عددين حاصل ضربهما $2 \cdot 3 = 6$ ومجموعهما 7، واكتب $7x$ كمجموع حدّين.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

سؤال 1: التوزيع الموسّع

أ) $x^2 - 3x + 5x - 15 = x^2 + 2x - 15$

ب) $2a^2 + 8a - 3a - 12 = 2a^2 + 5a - 12$

ج) $x^3 - 3x^2 + x + 2x^2 - 6x + 2 = x^3 - x^2 - 5x + 2$

د) $6a^2 + 15ab - 2ab - 5b^2 - 6a^2 = 13ab - 5b^2$

هـ) $(x^2 + x - 2) - (x^2 - x - 12) = 2x + 10$

و) $(x^2 + x - 2)(x - 3) = x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x - 2x + 6 = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

سؤال 2: قوانين الضرب المختصر

أ) (1) $4x^2 + 20x + 25$ (2) $9a^2 - 24ab + 16b^2$ (3) $\frac{x^2}{4} - 4x + 16$

(4) $25x^2 - 9$ (5) $(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 6x + 9) = 12x$

(6) $(x^2 + 1)(x^2 - 1) = x^4 - 1$

ب) (1) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$ (2) $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$

(3) $(7a - 4)(7a + 4) = 49a^2 - 16$

سؤال 3: حساب ذكيّ

أ) $(101 + 99)(101 - 99) = 200 \cdot 2 = 400$

ب) $(50 + 2)(50 - 2) = 2500 - 4 = 2496$

ج) $(100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$

د) $(1000 + 3)(1000 - 3) = 1000000 - 9 = 999991$

هـ) $(2026 + 2025)(2026 - 2025) = 4051$

و) $(1000 - 2)^2 = 1000000 - 4000 + 4 = 996004$

سؤال 4: قوانين الضرب المختصر بالرسم

أ) (1) $I = a^2,\ \ II = ab,\ \ III = ab,\ \ IV = b^2$ (2) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ب) (1) $a^2 - b^2$ (2) $I:\ a \cdot (a - b),\ \ II:\ b \cdot (a - b)$

$a^2 - b^2 = a(a - b) + b(a - b) = (a + b)(a - b)$

سؤال 5: مقارنة مساحات

أ) (1) $S_A = (x + 5)(x - 2) = x^2 + 3x - 10,\quad S_B = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

(2) $S_A - S_B = (x^2 + 3x - 10) - (x^2 + 2x + 1) = x - 11$

مساحة المستطيل أكبر عندما $x > 11$، والمساحتان متساويتان عندما $x = 11$، ومساحة المربّع أكبر عندما $2 < x < 11$.

ب) نعم، قلّت المساحة بـ 9 سم²: $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

سؤال 6: معادلات

أ) $x^2 + 6x + 9 - x^2 + 4x - 4 = 35 \ \Rightarrow\ 10x + 5 = 35 \ \Rightarrow\ x = 3$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ب) $4x^2 - 1 - 4x^2 + 8x = 15 \Rightarrow 8x = 16 \Rightarrow x = 2$

ج) $x^2 - 8x + 16 = x^2 - 4x - 12 \Rightarrow -4x = -28 \Rightarrow x = 7$

د) $x^2 + 4x - 5 = x^2 + 6x + 7 \Rightarrow -2x = 12 \Rightarrow x = -6$

سؤال 7: التحليل إلى عوامل

أ) $3x^2(2x - 3)$

ب) $2ab(2a - 5b)$

ج) $(x - 2)(x + 3)$

د) $(x - 7)(x + 7)$

هـ) $(3a - 5)^2$

و) $(x + 7)^2$

ز) $(x - 7)(x + 2)$

ح) $(x + 4)(x + 5)$

ط) $(x - 3)(x - 5)$

ي) $5x(x^2 - 4) = 5x(x - 2)(x + 2)$

ك) $2x(x^2 - 6x + 9) = 2x(x - 3)^2$

ل) $3(x^2 + 2x - 8) = 3(x + 4)(x - 2)$

م) $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$

سؤال 8: معادلات تربيعيّة

أ) $(x - 3)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 3, \quad x = 4$

ب) $(x + 5)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = -5, \quad x = 3$

ج) $3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad x = 4$

د) $(x - 5)(x + 5) = 0 \Rightarrow x = 5, \quad x = -5$

هـ) $x(x - 3)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad x = 3, \quad x = -3$

و) $x^2 + 2x + 1 = 4x + 9 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 4, \quad x = -2$

ز) $x^2 - 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x - 4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$

ح) $x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 5, \quad x = -2$

سؤال 9: اختزال الكسور الجبريّة

أ) $\frac{(x - 3)(x + 3)}{x(x + 3)} = \frac{x - 3}{x}, \qquad x \neq 0,\ x \neq -3$

ب) $\frac{(x - 3)^2}{2(x - 3)} = \frac{x - 3}{2}, \qquad x \neq 3$

ج) $\frac{(x + 4)(x - 3)}{(x - 4)(x + 4)} = \frac{x - 3}{x - 4}, \qquad x \neq 4,\ x \neq -4$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

د) $\frac{5(a-1)(a+1)}{(a+1)^2}=\frac{5(a-1)}{a+1}, \quad a\neq -1$

سؤال 10: ضرب الكسور الجبريّة وقسمتها

أ) $\frac{(x-2)(x+2)}{3x}\cdot\frac{6x^2}{x+2}=2x(x-2), \quad x\neq 0,\ x\neq -2$

ب) $\frac{(x+2)(x+3)}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{x-3}{x+2}=1, \quad x\neq 3,\ x\neq -3,\ x\neq -2$

ج) $\frac{(a-1)(a+1)}{a(a+1)}\cdot\frac{a^2}{a-1}=a, \quad a\neq 0,\ a\neq -1,\ a\neq 1$

د) $\frac{(x-5)^2}{(x-5)(x+5)}\cdot\frac{2(x+5)}{x-5}=2, \quad x\neq 5,\ x\neq -5$

سؤال 11: أسئلة تفكير

أ) $(1)\ a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=49-20=29$

$(2)\ (a-b)^2=a^2+b^2-2ab=29-20=9$

ب) $x^2+kx+49=(x\pm 7)^2=x^2\pm 14x+49\ \Rightarrow\ k=14\ ,\ k=-14$

ج) $(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$

والعدد $2n+1$ فرديّ لكلّ عدد صحيح n.

د) $n(n+2)+1=n^2+2n+1=(n+1)^2$

سؤال 12: أخطاء ومسائل

هـ) لا يجوز القسمة على x لأنّه قد يساوي صفرًا، لذلك ضاع الحلّ $x=0$. الحلّ الصحيح:

$x^2-5x=0\ \Rightarrow\ x(x-5)=0\ \Rightarrow\ x=0,\ \ x=5$

و) الضلع الآخر $x+4$ سم، لأنّ $x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$.

المحيط: $P=2(x+3)+2(x+4)=4x+14$

سؤال 13: تحدٍّ

أ) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2-2+\frac{1}{x^2}=9\ \Rightarrow\ x^2+\frac{1}{x^2}=11$

ب) $2x^2+7x+3=2x^2+6x+x+3=2x(x+3)+(x+3)=(x+3)(2x+1)$

$(x+3)(2x+1)=0\ \Rightarrow\ x=-3,\ \ x=-\frac{1}{2}$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي