مدرسة راهبات المخلص الناصرة
بيت ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: متوازي الأضلاع

الصف التاسع – 5 وحدات

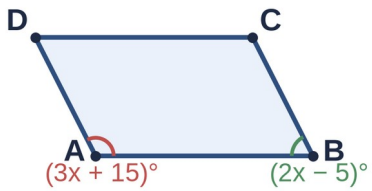
تذكير

- تعريف: متوازي الأضلاع شكل رباعيّ فيه كلّ ضلعين متقابلين متوازيان.
- خواصّه: الأضلاع المتقابلة متساوية، الزوايا المتقابلة متساوية، مجموع كلّ زاويتين متجاورتين $180°$ ، والقطران ينصّف كلّ منهما الآخر.
- نظريّات عكسيّة: يكون الشكل الرباعيّ متوازي أضلاع إذا تحقّق فيه أحد الشروط: كلّ ضلعين متقابلين متساويان، أو ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان، أو كلّ زاويتين متقابلتين متساويتان، أو القطران ينصّف كلّ منهما الآخر.

في جميع الأسئلة ABCD متوازي أضلاع، إلّا إذا ذُكر غير ذلك.

أوّلًا: زوايا وأضلاع

1. في متوازي الأضلاع المرسوم: $\measuredangle A = (3x + 15)°$ و $\measuredangle B = (2x - 5)°$.



أ. جد x. علّل.

ب. احسب جميع زوايا متوازي الأضلاع.

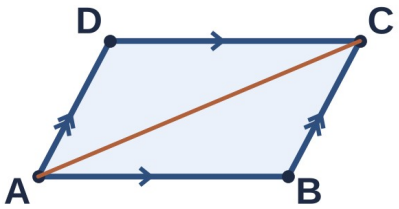
© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. في متوازي الأضلاع معطى: $AB = 3x - 2$ ، $CD = x + 8$ ، $BC = x + 6$
(بالسنتيمتر).

أ. جد x، واحسب أطوال الأضلاع.

ب. احسب محيط متوازي الأضلاع.

3. اعتمد على الرسم. ارسم القطر AC.



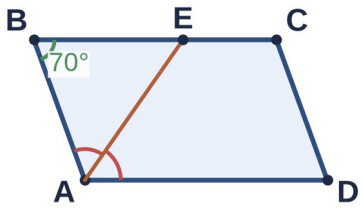
أ. برهن أنّ $\triangle CDA \cong \triangle ABC$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب. استنتج أنّ الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متساوية، وأنّ $\measuredangle D = \measuredangle B$. علّل.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4. في متوازي الأضلاع $\measuredangle B = 70°$ ، $AB = 8$ سم، $AD = 13$ سم. القطعة AE تنصّف الزاوية $\measuredangle BAD$ ، والنقطة E تقع على الضلع BC.



أ. احسب $\measuredangle BAE$ و $\measuredangle AEB$. علّل كلّ خطوة.

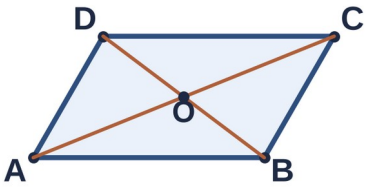
ب. برهن أنّ المثلّث ABE متساوي الساقين.

ج. احسب طول EC، ومحيط متوازي الأضلاع.

5. القطران في متوازي الأضلاع يتقاطعان في النقطة O.
معطى:

$OC = 5x - 9$ $\quad$ $AO = 2x + 3$

$OD = 3y - 6$ $\quad$ $BO = y + 4$



أ. جد x وy. علّل.

ب. احسب طولي القطرين AC وBD.

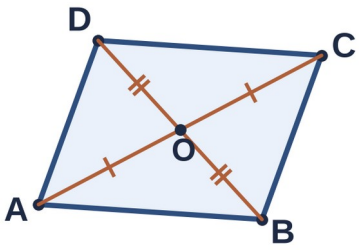
© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: نظريّات عكسيّة وبراهين

6. هل الشكل الرباعيّ ABCD متوازي أضلاع حتمًا؟ اكتب «نعم» أو «لا» في كلّ سطر وعلّل.

المعطى	نعم أو لا	التعليل
$AB \parallel CD$ و $AD = BC$		
$AB = CD$ و $AB \parallel CD$		
$\measuredangle A = \measuredangle C$ و $\measuredangle B = \measuredangle D$		
القطران متعامدان		

7. في الشكل الرباعيّ ABCD القطران يتقاطعان في النقطة O، و $AO = OC$ ، $BO = OD$.



أ. برهن أنّ $\triangle COD \cong \triangle AOB$.

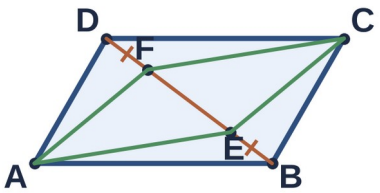
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

ب. استنتج أنّ $AB \parallel CD$ وأنّ $AB = CD$ ، ولماذا يكون ABCD متوازي أضلاع.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

8. النقطتان E وF تقعان على القطر BD بحيث $BE = DF$. برهن أنّ الشكل الرباعيّ AECF متوازي أضلاع.

إرشاد: ارسم القطر AC واعتمد على قطري الشكل AECF.



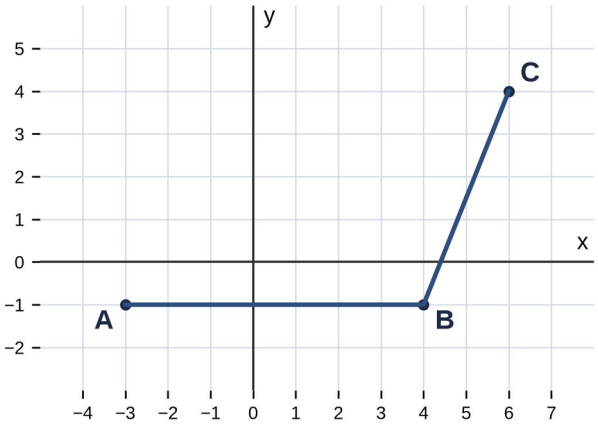
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثالثًا: متوازي الأضلاع في هيئة محاور ومساحته

9. معطاة ثلاثة رؤوس لمتوازي الأضلاع ABCD:

A(−3, −1) B(4, −1) C(6, 4)

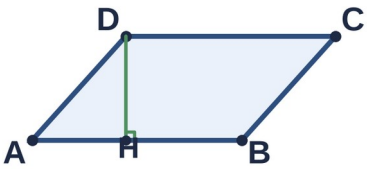


أ. جد إحداثيّي الرأس D. علّل.

ب. بيّن أنّ القطرين AC وBD ينصّف كلّ منهما الآخر (احسب منتصفيهما).

ج. احسب مساحة متوازي الأضلاع.

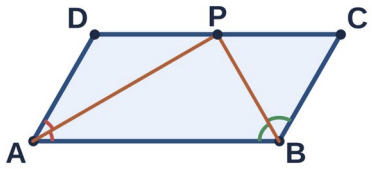
10. في متوازي الأضلاع AB = 12 سم، AD = 8 سم، والارتفاع DH على الضلع AB طوله 6 سم.



أ. احسب مساحة متوازي الأضلاع.

ب. احسب طول الارتفاع على الضلع AD.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



11. تحدٍّ: منصّفا الزاويتين $\measuredangle A$ و $\measuredangle B$ يلتقيان في النقطة P على الضلع CD.

أ. برهن أنّ $\measuredangle APB = 90°$.

ب. برهن أنّ $DP = AD$ وأنّ $CP = BC$.

ج. استنتج أنّ $AB = 2AD$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ	$(3x + 15) + (2x - 5) = 180$ $5x + 10 = 180 \rightarrow x = 34$	زاويتان متجاورتان في متوازي الأضلاع مجموعهما $180°$
ب	$\measuredangle A = \measuredangle C = 117°$, $\measuredangle B = \measuredangle D = 63°$	الزوايا المتقابلة متساوية

السؤال 2

أ	$3x - 2 = x + 8 \rightarrow x = 5$ $AB = CD = 13$, $BC = AD = 11$	الأضلاع المتقابلة متساوية
ب	$P = 2(13 + 11) = 48$	المحيط 48 سم

السؤال 3

أ	$\measuredangle BAC = \measuredangle DCA$ $AC = AC$ $\measuredangle BCA = \measuredangle DAC$ $\triangle ABC \cong \triangle CDA$	زاويتان متبادلتان بين متوازيين $AB \parallel CD$ ضلع مشترك زاويتان متبادلتان بين متوازيين $AD \parallel BC$ بحسب نظريّة التطابق ز ض ز
ب	$AB = CD$, $BC = DA$ $\measuredangle B = \measuredangle D$	أضلاع وزوايا متناظرة في مثلّثين متطابقين

السؤال 4

أ	$\measuredangle BAD = 180° - 70° = 110°$ $\measuredangle BAE = 55°$ $\measuredangle AEB = 180° - 70° - 55° = 55°$	زاويتان متجاورتان AE منصّف الزاوية مجموع زوايا المثلّث $180°$
ب	$\measuredangle BAE = \measuredangle AEB = 55° \rightarrow BE = AB$	في المثلّث مقابل الزاويتين المتساويتين ضلعان متساويان
ج	$BE = 8$, $BC = AD = 13$ $EC = 13 - 8 = 5$ $P = 2(8 + 13) = 42$	$EC = 5$ سم، المحيط 42 سم

السؤال 5

أ	$2x + 3 = 5x - 9 \rightarrow x = 4$ $y + 4 = 3y - 6 \rightarrow y = 5$	القطران ينصّف كلّ منهما الآخر
ب	$AO = 11 \rightarrow AC = 22$ $BO = 9 \rightarrow BD = 18$	$AC = 22$ و $BD = 18$

السؤال 6

1	لا	قد يكون شبه منحرف متساوي الساقين
2	نعم	ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان
3	نعم	كلّ زاويتين متقابلتين متساويتان
4	لا	مثلًا الدالتون قطراه متعامدان

السؤال 7

أ	$AO = OC$ $\measuredangle AOB = \measuredangle COD$ $BO = OD$ $\triangle AOB \cong \triangle COD$	معطى زاويتان متقابلتان بالرأس معطى بحسب نظريّة التطابق ض ز ض

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ب	$\sphericalangle BAO = \sphericalangle DCO \rightarrow AB \parallel CD$ $AB = CD$	زاويتان متبادلتان متساويتان، وضلعان متناظران ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان، إذن ABCD متوازي أضلاع

السؤال 8

1	$AO = OC \ , \ BO = OD$	O نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع، والقطران ينصّف كلّ منهما الآخر
2	$BE = DF$	معطى
3	$OE = OB - BE = OD - DF = OF$	طرح قطع متساوية من قطع متساوية
4	$AO = OC \ , \ EO = OF$	قطرا الشكل AECF ينصّف كلّ منهما الآخر
5	AECF	متوازي أضلاع بحسب النظريّة العكسيّة

السؤال 9

أ	$D = A + C - B = (-1, 4)$	$DC \parallel AB$ و $DC = AB = 7$
ب	$AC: (1.5, 1.5)$ $BD: (1.5, 1.5)$	المنتصفان متطابقان، إذن القطران ينصّف كلّ منهما الآخر
ج	$S = 7 \cdot 5 = 35$	القاعدة $AB = 7$ ، الارتفاع 5 (الفرق بين قيمتي y)

السؤال 10

أ	$S = 12 \cdot 6 = 72$	المساحة 72 سم²
ب	$8 \cdot h = 72 \rightarrow h = 9$	الارتفاع على AD طوله 9 سم

السؤال 11

أ	$\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180°$ $\sphericalangle PAB + \sphericalangle PBA = 90°$ $\sphericalangle APB = 180° - 90° = 90°$	زاويتان متجاورتان نصفا الزاويتين مجموع زوايا المثلّث APB
ب	$\sphericalangle DPA = \sphericalangle PAB = \sphericalangle DAP \rightarrow DP = AD$ $\sphericalangle CPB = \sphericalangle PBA = \sphericalangle CBP \rightarrow CP = BC$	زاويتان متبادلتان بين $AB \parallel CD$ ، وAP منصّف المثلّثان ADP وBCP متساويا الساقين
ج	$CD = DP + PC = AD + BC = 2AD$ $AB = CD = 2AD$	$BC = AD$ و $AB = CD$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي