مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

ورقة عمل: المستقيمات المتوازية وشبه المنحرف

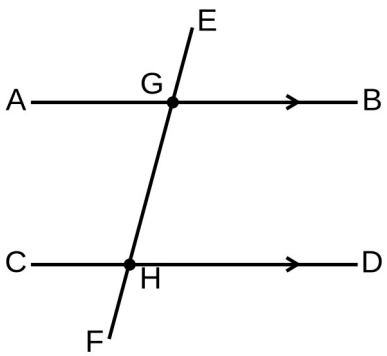
الصف التاسع – 5 وحدات

تذكير

- إذا قطع مستقيمٌ مستقيمين متوازيين، فإنّ: الزوايا المتناظرة متساوية، والزوايا المتبادلة متساوية، ومجموع الزاويتين المتحالفتين $180°$.
- العكس: إذا قطع مستقيمٌ مستقيمين، وكانت زاويتان متناظرتان متساويتين، أو زاويتان متبادلتان متساويتين، أو كان مجموع زاويتين متحالفتين $180°$ ، فإنّ المستقيمين متوازيان.
- مستقيمان يوازيان مستقيمًا ثالثًا متوازيان.
- شبه المنحرف شكل رباعيّ فيه زوج واحد فقط من الأضلاع المتقابلة المتوازية (القاعدتان)، والضلعان الآخران هما الساقان. مجموع الزاويتين المجاورتين لكلّ ساق $180°$.
- في شبه المنحرف المتساوي الساقين: الساقان متساويتان، وزاويتا كلّ قاعدة متساويتان، والقطران متساويان.
- مساحة شبه المنحرف (a وb القاعدتان، h الارتفاع):

$$S = (a + b) \cdot h : 2$$

أوّلًا: المستقيمات المتوازية



1. في الرسم: $AB \parallel CD$ ، والمستقيم EF يقطعهما في النقطتين G وH.

معطى: $\measuredangle EGB = 3x + 15$ و $\measuredangle GHD = 5x - 25$.

أ. جد قيمة x وقياس الزاوية $\measuredangle EGB$ ، وعلّل.

$\measuredangle EGB =$ _____ x = _____

التعليل: _____

ب. جد قياس الزاوية $\measuredangle AGH$ ، وعلّل.

$\measuredangle AGH =$ _____

التعليل: _____

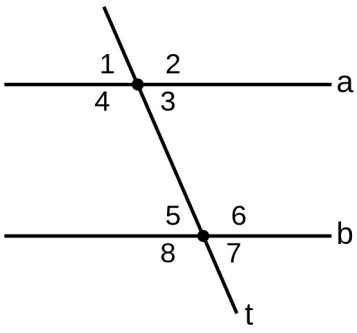
ج. جد قياس الزاوية $\measuredangle BGH$ بطريقتين مختلفتين، وعلّل كلّ طريقة.

الطريقة الأولى: _____

الطريقة الثانية: _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

2. المستقيم t يقطع المستقيمين a وb، وتظهر في الرسم ثماني زوايا مرقّمة. في كلّ حالة من الحالات التالية، اكتب هل المستقيمان a وb متوازيان أم لا، وعلّل.



	المعطى	a ∥ b ؟	التعليل
أ	$\measuredangle 1 = 68°$, $\measuredangle 5 = 68°$		
ب	$\measuredangle 3 = 66°$, $\measuredangle 5 = 66°$		
ج	$\measuredangle 4 = 112°$, $\measuredangle 5 = 72°$		
د	$\measuredangle 2 = 116°$, $\measuredangle 7 = 64°$		

3. في رسم السؤال 2 معطى: $\measuredangle 3 = 2x + 10$ و $\measuredangle 6 = 4x - 16$.

أ. لأيّ قيمة x يكون المستقيمان a وb متوازيين؟ علّل.

x = _____

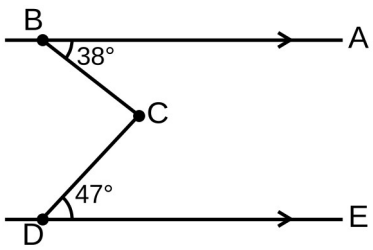
التعليل: _____

ب. لقيمة x التي وجدتها، جد قياس الزاويتين $\measuredangle 1$ و $\measuredangle 8$ ، وعلّل.

$\measuredangle 1$ = _____ $\measuredangle 8$ = _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4. في الرسم: $AB \parallel ED$. النقطة C تقع بين المستقيمين، $\measuredangle ABC = 38°$ و $\measuredangle CDE = 47°$.



أ. ارسم من النقطة C مستقيمًا CF يوازي AB. لماذا يوازي CF المستقيم ED أيضًا؟

لأنّ: _____

ب. جد قياس الزاوية $\measuredangle BCD$ ، واكتب تعليلًا لكلّ خطوة.

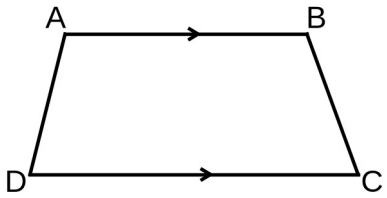
$\measuredangle BCD =$ _____

ج. برهن أنّه في كلّ رسم من هذا النوع يتحقّق:

$\measuredangle BCD = \measuredangle ABC + \measuredangle CDE$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ثانيًا: شبه المنحرف



5. ABCD شبه منحرف، فيه $AB \parallel DC$. معطى:
$\measuredangle A = 3x + 11$ و $\measuredangle D = 2x + 14$.

أ. جد قيمة x، ثمّ جد قياس الزاويتين $\measuredangle A$ و $\measuredangle D$. علّل.

$x =$ _____

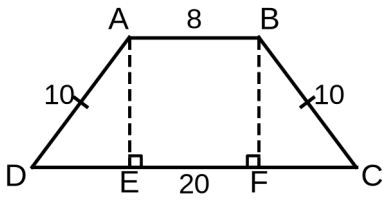
$\measuredangle D =$ _____ $\measuredangle A =$ _____

ب. معطى أيضًا أنّ الزاوية $\measuredangle B$ أكبر من الزاوية $\measuredangle C$ بـ $40°$. جد قياس الزاويتين $\measuredangle B$ و $\measuredangle C$.

$\measuredangle C =$ _____ $\measuredangle B =$ _____

ج. هل ABCD شبه منحرف متساوي الساقين؟ علّل.

_____



6. ABCD شبه منحرف متساوي الساقين، فيه $AB \parallel DC$ ، $AB = 8$ سم، $DC = 20$ سم، $AD = BC = 10$ سم. AE وBF ارتفاعان في شبه المنحرف.

أ. جد طول القطعة DE، وعلّل.

$DE =$ _____ cm

ب. جد طول الارتفاع AE.

$AE =$ _____ cm

ج. جد مساحة شبه المنحرف ومحيطه.

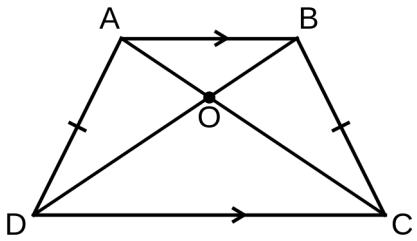
$P =$ _____ cm $S =$ _____ cm^2

د. جد طول القطر AC.

$AC =$ _____ cm

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

7. ABCD شبه منحرف متساوي الساقين ($AB \parallel DC$ ، $AD = BC$)، قطراه يتقاطعان في النقطة O.



أ. برهن أنّ $\triangle BCD \cong \triangle ADC$ ، واستنتج أنّ $AC = BD$.

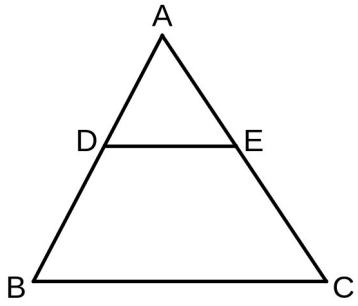
	الادّعاء	التعليل (لأنّ...)
1		
2		
3		
4		
5		

ب. برهن أنّ المثلّث DOC متساوي الساقين.

ج. استنتج أنّ $OA = OB$.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

8. في المثلّث ABC: النقطة D تقع على الضلع AB، والنقطة E تقع على الضلع AC، بحيث $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$.



أ. برهن أنّ الشكل الرباعيّ DECB شبه منحرف.

	الادّعاء	التعليل (لأنّ...)
1		
2		
3		

ب. معطى أيضًا أنّ $AB = AC$. برهن أنّ DECB شبه منحرف متساوي الساقين.

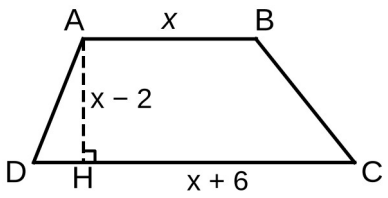
	الادّعاء	التعليل (لأنّ...)
1		
2		
3		
4		
5		

ج. إذا كان $\sphericalangle A = 40°$ ، فجد قياسات زوايا شبه المنحرف DECB.

$\sphericalangle CED =$ _____ $\sphericalangle BDE =$ _____ $\sphericalangle C =$ _____ $\sphericalangle B =$ _____

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

9. في شبه المنحرف ABCD ($AB \parallel DC$): طول القاعدة AB يساوي x سم، وطول القاعدة DC يساوي $x + 6$ سم، وطول الارتفاع AH يساوي $x - 2$ سم. مساحة شبه المنحرف $50\ cm^2$.



أ. اكتب معادلة، وجد قيمة x.

x = _____

ب. لماذا لا يصلح الحلّ الآخر للمعادلة؟

_____

ج. جد طول كلّ من القاعدتين والارتفاع.

DC = _____ AB = _____

AH = _____

10. ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

أ. في شبه المنحرف ABCD ($AB \parallel DC$)، مجموع الزاويتين $\angle A$ و $\angle D$ هو:

(أ) 90° **(ب)** 180° **(ج)** 360° **(د)** لا يمكن أن نعرف

ب. في شبه منحرف متساوي الساقين، إحدى زاويتي القاعدة الكبرى $58°$. قياس الزاوية المنفرجة فيه:

(أ) 58° **(ب)** 116° **(ج)** 122° **(د)** 132°

ج. الشكل الرباعيّ ABCD زواياه بالترتيب: $\angle A = 70°$ ، $\angle B = 110°$ ، $\angle C = 70°$ ، $\angle D = 110°$. هذا الشكل بالتأكيد:

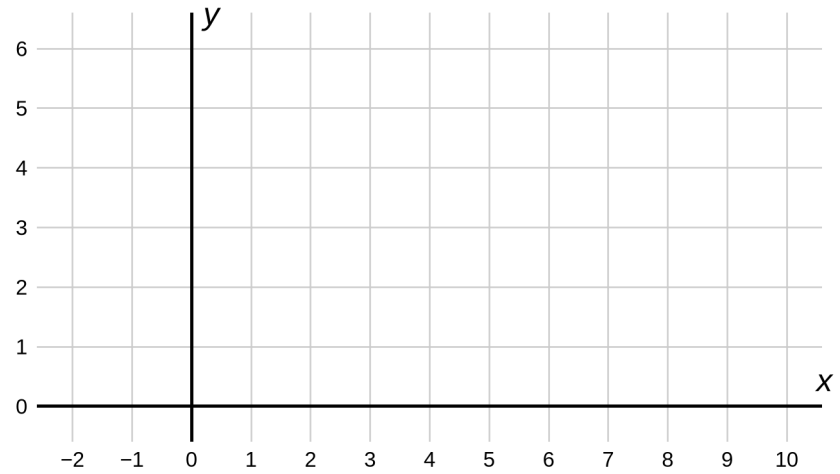
(أ) شبه منحرف **(ب)** متوازي أضلاع **(ج)** شبه منحرف متساوي الساقين **(د)** دالتون

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

11. معطاة النقاط:

A(1, 5) B(7, 5) C(9, 1) D(−1, 1)

أ. ارسم النقاط فى هيئة المحاور، وصِل بينها بالترتيب لتحصل على الشكل الرباعيّ ABCD.



ب. جد ميل كلّ من الأضلاع AB وDC وAD وBC، وبيّن أنّ ABCD شبه منحرف.

m(DC) = _____ m(AB) = _____

m(BC) = _____ m(AD) = _____

ج. جد طول كلّ من القاعدتين والارتفاع، ثمّ جد مساحة شبه المنحرف.

S = _____ h = _____ DC = _____ AB = _____

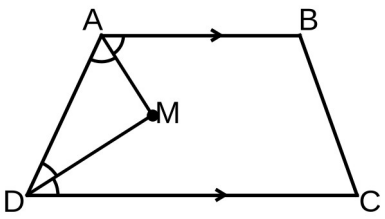
د. برهن أنّ ABCD شبه منحرف متساوي الساقين.

هـ. جد معادلة كلّ من المستقيمين AC وBD، ثمّ جد نقطة تقاطع القطرين O.

BD: y = _____ AC: y = _____

O (_____ , _____)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي



12. تحدٍّ: ABCD شبه منحرف ($AB \parallel DC$). منصّف الزاوية $\measuredangle A$ ومنصّف الزاوية $\measuredangle D$ يتقاطعان في النقطة M.

أ. برهن أنّ $\measuredangle AMD = 90°$.

ب. معطى: $AD = 10$ سم و $AM = 6$ سم. جد طول DM.

$DM =$ _____ cm

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1

أ. $\measuredangle EGB$ و $\measuredangle GHD$ زاويتان متناظرتان بين مستقيمين متوازيين، لذلك هما متساويتان:

$3x + 15 = 5x - 25 \rightarrow 40 = 2x \rightarrow x = 20$

$\measuredangle EGB = 3 \cdot 20 + 15 = 75°$

ب. $\measuredangle AGH = \measuredangle GHD = 75°$ ، لأنّهما زاويتان متبادلتان بين مستقيمين متوازيين.

ج. الطريقة الأولى: $\measuredangle BGH$ و $\measuredangle EGB$ زاويتان متجاورتان، إذن $\measuredangle BGH = 180° - 75° = 105°$.

الطريقة الثانية: $\measuredangle BGH$ و $\measuredangle GHD$ زاويتان متحالفتان بين مستقيمين متوازيين، مجموعهما $180°$ ، إذن $\measuredangle BGH = 180° - 75° = 105°$.

السؤال 2

أ. متوازيان، لأنّ $\measuredangle 1$ و $\measuredangle 5$ زاويتان متناظرتان متساويتان.

ب. متوازيان، لأنّ $\measuredangle 3$ و $\measuredangle 5$ زاويتان متبادلتان متساويتان.

ج. غير متوازيين، لأنّ $\measuredangle 4$ و $\measuredangle 5$ زاويتان متحالفتان مجموعهما $112° + 72° = 184°$ ، وهو لا يساوي $180°$.

د. $\measuredangle 4 = \measuredangle 2 = 116°$ (زاويتان متقابلتان بالرأس)، و $\measuredangle 5 = \measuredangle 7 = 64°$ (زاويتان متقابلتان بالرأس). $\measuredangle 4$ و $\measuredangle 5$ متحالفتان ومجموعهما $116° + 64° = 180°$ ، إذن المستقيمان متوازيان.

السؤال 3

أ. $\measuredangle 3$ و $\measuredangle 6$ زاويتان متحالفتان، والمستقيمان متوازيان إذا كان مجموعهما $180°$:

$(2x + 10) + (4x - 16) = 180 \rightarrow 6x - 6 = 180 \rightarrow x = 31$

عندها: $\measuredangle 3 = 72°$ و $\measuredangle 6 = 108°$ ، ومجموعهما $180°$.

ب. $\measuredangle 1 = \measuredangle 3 = 72°$ لأنّهما زاويتان متقابلتان بالرأس.

$\measuredangle 5 = \measuredangle 3 = 72°$ (زاويتان متبادلتان بين متوازيين)، و $\measuredangle 8 = 180° - \measuredangle 5 = 108°$ (زاويتان متجاورتان).

السؤال 4

أ. $AB \parallel ED$ و $CF \parallel AB$ ، ومستقيمان يوازيان مستقيمًا ثالثًا متوازيان، لذلك $CF \parallel ED$.

ب. $\measuredangle ABC = \measuredangle BCF = 38°$ (زاويتان متبادلتان، $CF \parallel AB$).

$\measuredangle CDE = \measuredangle FCD = 47°$ (زاويتان متبادلتان، $CF \parallel ED$).

$\measuredangle BCD = \measuredangle BCF + \measuredangle FCD = 38° + 47° = 85°$

ج. نرسم $CF \parallel AB$ ، فيكون $CF \parallel ED$. من الزوايا المتبادلة: $\measuredangle ABC = \measuredangle BCF$ و $\measuredangle CDE = \measuredangle FCD$. نجمع:

$\measuredangle BCD = \measuredangle BCF + \measuredangle FCD = \measuredangle ABC + \measuredangle CDE$

السؤال 5

أ. $\measuredangle A$ و $\measuredangle D$ زاويتان متحالفتان بين القاعدتين المتوازيتين، مجموعهما $180°$:

$(3x + 11) + (2x + 14) = 180 \rightarrow 5x + 25 = 180 \rightarrow x = 31$

$\measuredangle D = 2 \cdot 31 + 14 = 76°$ $\measuredangle A = 3 \cdot 31 + 11 = 104°$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ب. $\sphericalangle B + \sphericalangle C = 180°$ (متحالفتان)، و $\sphericalangle B = \sphericalangle C + 40°$:

$\sphericalangle B = 110°$, $\sphericalangle C = 70°$ $\rightarrow$ $2\sphericalangle C = 140$ $\rightarrow$ $\sphericalangle C + 40 + \sphericalangle C = 180$

ج. لا، لأنّ زاويتي القاعدة DC غير متساويتين: $\sphericalangle D = 76°$ و $\sphericalangle C = 70°$.

السؤال 6

أ. ABFE مستطيل، لذلك $EF = AB = 8$. المثلّثان ADE وBCF متطابقان (وتر وضلع في مثلّثين قائمين)، لذلك $DE = CF$:

$DE = (20 - 8) : 2 = 6$ cm

ب. حسب نظريّة فيثاغورس في المثلّث القائم ADE:

$AE^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$ $\rightarrow$ $AE = 8$ cm

ج. المساحة والمحيط:

$P = 8 + 20 + 10 + 10 = 48$ cm $\quad$ $S = (8 + 20) \cdot 8 : 2 = 112$ cm²

د. $EC = 20 - 6 = 14$ ، وحسب نظريّة فيثاغورس في المثلّث القائم AEC:

$AC^2 = 8^2 + 14^2 = 64 + 196 = 260$ $\rightarrow$ $AC = \sqrt{260} \approx 16.12$ cm

السؤال 7

أ. البرهان:

	الادّعاء	التعليل
1	$AD = BC$	معطى: شبه منحرف متساوي الساقين
2	$\sphericalangle ADC = \sphericalangle BCD$	زاويتا القاعدة في شبه منحرف متساوي الساقين
3	$DC = CD$	ضلع مشترك
4	$\triangle ADC \cong \triangle BCD$	حسب نظريّة التطابق ض ز ض (من 1، 2، 3)
5	$AC = BD$	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين

ب. من التطابق في البند أ: $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BDC$ (زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين)، أي $\sphericalangle ODC = \sphericalangle OCD$. في المثلّث DOC زاويتان متساويتان، إذن هو متساوي الساقين و $OD = OC$.

ج. $AC = BD$ و $OC = OD$ ، لذلك $OA = AC - OC = BD - OD = OB$.

السؤال 8

أ. البرهان:

	الادّعاء	التعليل
1	$\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$	معطى
2	$DE \parallel BC$	زاويتان متناظرتان متساويتان، إذن المستقيمان متوازيان
3	شبه منحرف DECB	فيه زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية، لأنّ امتدادَي الساقين DB وEC يلتقيان في النقطة A، فهما غير متوازيين

ب. البرهان:

	الادّعاء	التعليل
1	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$	زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين ABC
2	$\sphericalangle AED = \sphericalangle ACB$	زاويتان متناظرتان، لأنّ $DE \parallel BC$ من البند أ
3	$\sphericalangle ADE = \sphericalangle AED$	من 1 و2 والمعطى $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

4	AD = AE	في المثلّث ADE مقابل الزاويتين المتساويتين ضلعان متساويان
5	DB = EC	نطرح من الضلعين المتساويين AB وAC القطعتين المتساويتين AD وAE

إذن DECB شبه منحرف ساقاه متساويتان، أي شبه منحرف متساوي الساقين.

ج. زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين ABC:

$\measuredangle B = \measuredangle C = (180° - 40°) : 2 = 70°$

$\measuredangle BDE = 180° - 70° = 110°$ و $\measuredangle CED = 180° - 70° = 110°$ (زاويتان متحالفتان بين المتوازيين DE وBC).

السؤال 9

أ. المعادلة حسب قانون مساحة شبه المنحرف:

$(x + 3)(x - 2) = 50 \rightarrow (x + x + 6) \cdot (x - 2) : 2 = 50$

$(x + 8)(x - 7) = 0 \rightarrow x^2 + x - 56 = 0 \rightarrow x^2 + x - 6 = 50$

$x = -8$ أو $x = 7$

ب. الحلّ $x = -8$ لا يصلح، لأنّ الطول لا يمكن أن يكون سالبًا (القاعدة AB تساوي x).

ج. $AB = 7$ سم، $DC = 13$ سم، $AH = 5$ سم. تحقيق:

$(7 + 13) \cdot 5 : 2 = 50$

السؤال 10

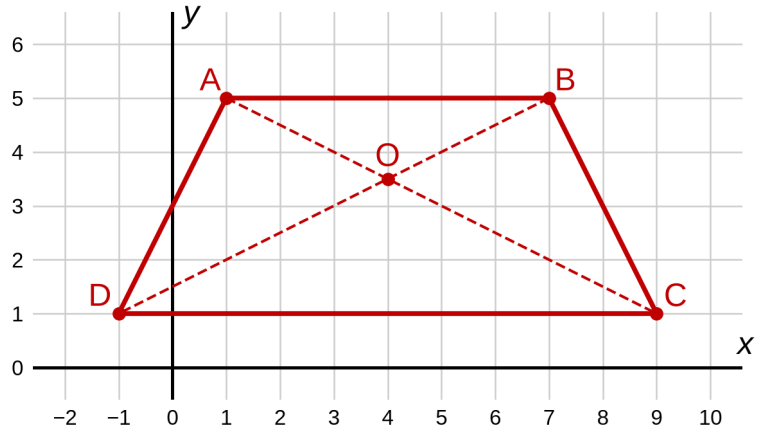
أ. $180°$ (زاويتان متحالفتان بين القاعدتين المتوازيتين).

ب. $122°$ ، لأنّ $180° - 58° = 122°$.

ج. متوازي أضلاع: $\measuredangle A + \measuredangle B = 180°$ إذن $AD \parallel BC$ ، و $\measuredangle B + \measuredangle C = 180°$ إذن $AB \parallel DC$. فيه زوجان من الأضلاع المتوازية.

السؤال 11

أ. الرسم:



ب. الميول:

$m(DC) = 0$ $m(AB) = 0$

$m(BC) = (1 - 5) : (9 - 7) = -2$ $m(AD) = (5 - 1) : (1 - (-1)) = 2$

$AB \parallel DC$ لأنّ ميليهما متساويان، وAD لا يوازي BC لأنّ ميليهما مختلفان. إذن ABCD شبه منحرف.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ج. طولا القاعدتين والارتفاع (فرق الإحداثيّات):

$AB = 7 - 1 = 6 \quad DC = 9 - (-1) = 10 \quad h = 5 - 1 = 4$

$S = (6 + 10) \cdot 4 : 2 = 32$

د. حسب نظريّة فيثاغورس:

$AD^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \quad BC^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \quad \rightarrow \quad AD = BC = \sqrt{20}$

الساقان متساويتان، إذن ABCD شبه منحرف متساوي الساقين.

هـ. ميلا القطرين:

$m(AC) = (1 - 5) : (9 - 1) = -0.5 \quad m(BD) = (5 - 1) : (7 - (-1)) = 0.5$

نعوّض النقطة A في معادلة AC، والنقطة B في معادلة BD:

$AC: \ y = -0.5x + 5.5 \quad BD: \ y = 0.5x + 1.5$

$-0.5x + 5.5 = 0.5x + 1.5 \quad \rightarrow \quad x = 4 \ , \ y = 3.5 \quad \rightarrow \quad O(4, 3.5)$

السؤال 12

أ. $\sphericalangle A + \sphericalangle D = 180°$ لأنّهما زاويتان متحالفتان بين القاعدتين المتوازيتين. المنصّفان يقسمان كلّ زاوية إلى نصفين:

$\sphericalangle MAD + \sphericalangle MDA = (\sphericalangle A + \sphericalangle D) : 2 = 180° : 2 = 90°$

مجموع زوايا المثلّث AMD هو $180°$ ، إذن $\sphericalangle AMD = 180° - 90° = 90°$.

ب. المثلّث AMD قائم الزاوية في M، وAD هو الوتر. حسب نظريّة فيثاغورس:

$DM^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \quad \rightarrow \quad DM = 8 \text{ cm}$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي