مدرسة راهبات المخلص الناصرة | בית ספר נזירות המושיע נצרת | SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת 16101 NAZARETH
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

# ورقة عمل: الدالتون

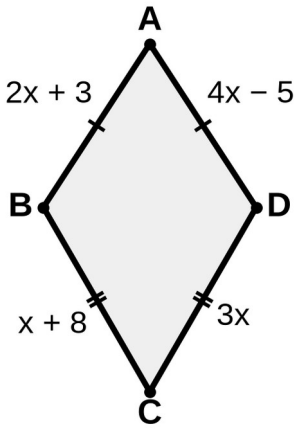
## الصف التاسع

**تذكير**

- تعريف: الدالتون شكل رباعيّ فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية. في الدالتون ABCD: $AB = AD$ و $CB = CD$.
- القطر الرئيسيّ AC (يصل بين الرأسين اللذين يلتقي عند كلّ منهما ضلعان متساويان): ينصّف الزاويتين $\sphericalangle A$ و $\sphericalangle C$ ، وهو عمود منصّف للقطر الآخر BD، ويقسم الدالتون إلى مثلّثين متطابقين.
- الزاويتان بين الضلعين غير المتساويين متساويتان: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$.
- مساحة الدالتون تساوي نصف حاصل ضرب القطرين: $S = AC \cdot BD \div 2$.
- شروط كافية لكي يكون الشكل الرباعيّ دالتونًا: فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية؛ أحد قطريه عمود منصّف للقطر الآخر؛ أحد قطريه ينصّف الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.
- كلّ معيّن هو دالتون، والدالتون الذي جميع أضلاعه متساوية هو معيّن.

## أوّلًا: حسابات

**1.** ABCD دالتون فيه $AB = AD$ و $CB = CD$.
معطى: $AB = 2x + 3$ ، $AD = 4x - 5$ ،
$CB = x + 8$ ، $CD = 3x$ (بالسنتيمتر).




**أ.** جد x، وتحقّق أنّ $CB = CD$.

.....

.....

.....

**ب.** احسب محيط الدالتون.

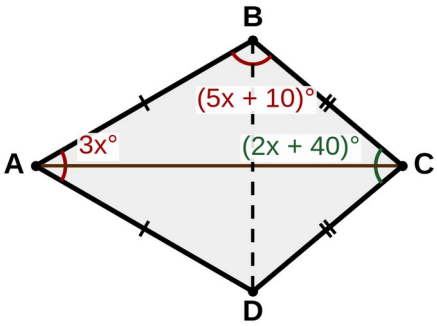
.....

.....



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

**2.** ABCD دالتون فيه $AB = AD$ و $CB = CD$.
معطى: $\measuredangle BAD = 3x°$ ، $\measuredangle BCD = (2x + 40)°$ ، $\measuredangle ABC = (5x + 10)°$.




**أ.** جد x، واحسب زوايا الدالتون. علّل.

.....

.....

.....

.....

**ب.** احسب $\measuredangle BAC$ و $\measuredangle BCA$. علّل.

.....

.....

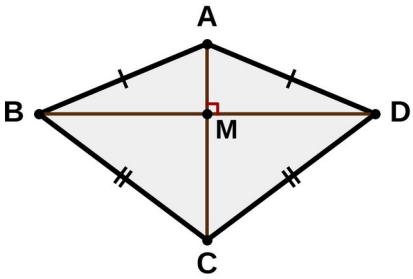
**ج.** برهن أنّ المثلّث ABD متساوي الأضلاع، ثمّ احسب $\measuredangle CBD$.

.....

.....

.....

**3.** ABCD دالتون فيه $AB = AD$ و $CB = CD$ ، وقطراه يتقاطعان في النقطة M. مساحة الدالتون 168 سم²، و $BD = 24$ سم، و $AC = 3x - 1$ سم.




**أ.** جد x، واحسب طول القطر AC.

.....

.....

.....

**ب.** معطى أيضًا: $AM = 5$ سم. احسب طولي AB و CB، ثمّ محيط الدالتون.

.....

.....

.....

.....



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

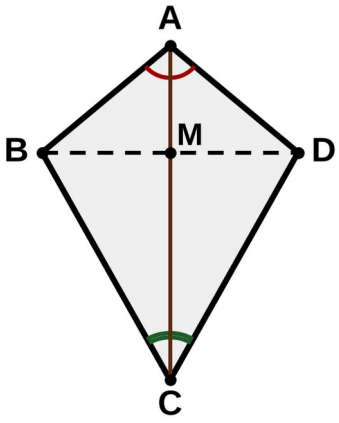
**4.** هل الادّعاء صحيح دائمًا؟ اكتب نعم أو لا في كلّ سطر وعلّل.

| الادّعاء | نعم أو لا | التعليل |
|---|---|---|
| كلّ معيّن هو دالتون. | | |
| قطرا الدالتون متساويان. | | |
| قطرا الدالتون متعامدان. | | |
| القطر الرئيسيّ في الدالتون ينصّف القطر الآخر. | | |
| القطر الآخر في الدالتون ينصّف القطر الرئيسيّ دائمًا. | | |
| دالتون فيه زاوية قائمة هو مربّع. | | |



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## ثانيًا: براهين




**5.** معطى: في الشكل الرباعيّ ABCD القطر AC ينصّف الزاويتين ∢BAD و ∢BCD.

**أ.** برهن: △ADC ≅ △ABC.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |

**ب.** برهن: ABCD دالتون.

.....

.....

**ج.** برهن: AC ⊥ BD.

.....

.....

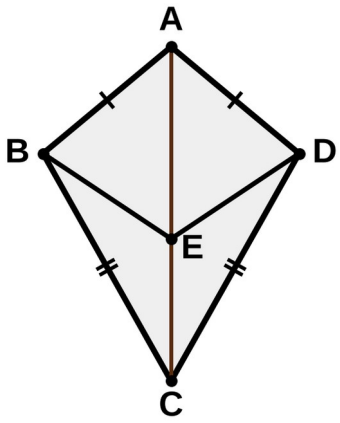
.....

.....



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

**6.** معطى: ABCD دالتون، $AB = AD$ و $CB = CD$. النقطة E تقع على القطر الرئيسيّ AC.




**أ.** برهن: $\triangle ADE \cong \triangle ABE$.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |

**ب.** برهن: $\sphericalangle EDC = \sphericalangle EBC$.

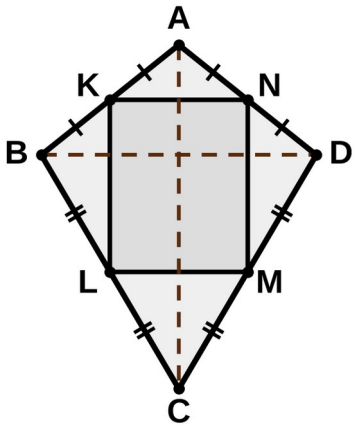
.....

.....

.....

.....

**7.** معطى: ABCD دالتون، $AB = AD$ و $CB = CD$. النقاط K وL وM وN منتصفات الأضلاع AB وBC وCD وDA.




**أ.** برهن: KLMN متوازي أضلاع. (اعتمد على القطعة المتوسّطة في المثلّث.)

.....

.....

.....

.....

**ب.** برهن: KLMN مستطيل.

.....

.....

.....

.....

**ج.** إذا كان $AC = 14$ سم و $BD = 10$ سم، فاحسب مساحة KLMN، وقارنها بمساحة الدالتون.

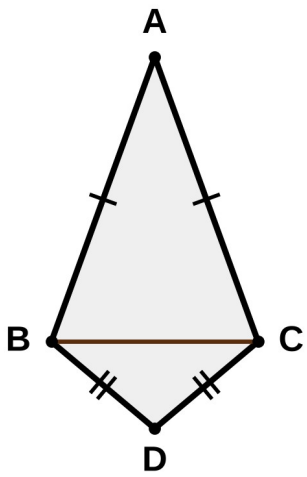
.....

.....

.....



© المعلّمة كرستين عيد برانسي




**8.** معطى: ABC مثلّث متساوي الساقين، $AB = AC$ ، وDBC مثلّث متساوي الساقين، $DB = DC$ ، والنقطتان A وD على جهتين مختلفتين من BC.

**أ.** برهن: $\triangle ACD \cong \triangle ABD$ ، واستنتج أنّ AD ينصّف الزاوية $\sphericalangle BAC$.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

**ب.** برهن: $AD \perp BC$.

.....

.....

.....

.....

**ج.** معطى أيضًا: $\sphericalangle BAC = 40°$ و $\sphericalangle BDC = 100°$. احسب $\sphericalangle ABD$ و $\sphericalangle ADB$.

.....

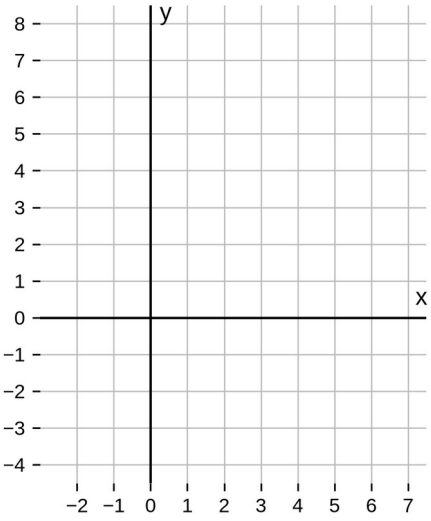
.....

.....



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

**9.** في هيئة المحاور معطاة النقاط: $A(2, 7)$ ، $B(-1, 3)$ ، $C(2, -3)$ ، $D(5, 3)$.




**أ.** ارسم الشكل الرباعيّ ABCD في هيئة المحاور.

**ب.** احسب أطوال الأضلاع الأربعة (بحسب نظريّة فيثاغورس)، وبيّن أنّ ABCD دالتون.

.....

.....

.....

.....

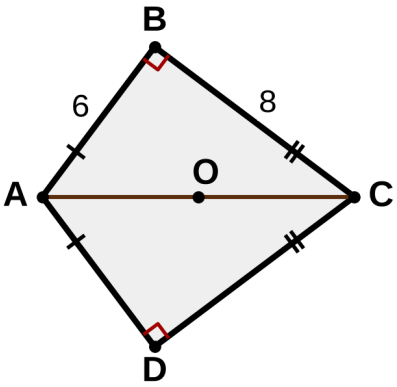
**ج.** جد إحداثيّي نقطة تقاطع القطرين، واحسب مساحة الدالتون.

.....

.....

.....

**10. سؤال تحدٍّ:** ABCD دالتون فيه $AB = AD = 6$ سم و $CB = CD = 8$ سم، والزاويتان $\measuredangle ABC$ و $\measuredangle ADC$ قائمتان. O منتصف القطر AC.




**أ.** احسب طول القطر AC ومساحة الدالتون.

.....

.....

.....

**ب.** احسب طول القطر BD. (إرشاد: استعمل المساحة.)

.....

.....

.....

**ج.** برهن: $OA = OB = OC = OD$.

.....

.....

.....

.....



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

# الإجابات

## السؤال 1

أ. $AB = AD$ : $2x + 3 = 4x - 5$ ، إذن $2x = 8$ و $x = 4$.

$AB = AD = 11$ سم، $CB = 4 + 8 = 12$ سم و $CD = 3 \cdot 4 = 12$ سم، إذن $CB = CD$.

ب. المحيط $= 2 \cdot 11 + 2 \cdot 12 = 46$ سم.

## السؤال 2

أ. $\measuredangle ABC = \measuredangle ADC$ لأنّهما الزاويتان بين الضلعين غير المتساويين. مجموع زوايا الشكل الرباعيّ $360°$ :

$3x + 2x + 40 + 2(5x + 10) = 360$ ، إذن $15x + 60 = 360$ و $x = 20$.

$\measuredangle BAD = 60°$ ، $\measuredangle BCD = 80°$ ، $\measuredangle ABC = \measuredangle ADC = 110°$.

ب. القطر الرئيسيّ ينصّف الزاويتين: $\measuredangle BAC = 30°$ و $\measuredangle BCA = 40°$.

ج. $AB = AD$ و $\measuredangle BAD = 60°$ ، إذن $\measuredangle ABD = \measuredangle ADB = (180° - 60°) \div 2 = 60°$ ، والمثلّث ABD متساوي الأضلاع لأنّ جميع زواياه تساوي $60°$.

$\measuredangle CBD = 110° - 60° = 50°$.

## السؤال 3

أ. $(3x - 1) \cdot 24 \div 2 = 168$ ، إذن $3x - 1 = 14$ و $x = 5$ ، و $AC = 14$ سم.

ب. القطر الرئيسيّ عمود منصّف للقطر الآخر: $BM = 12$ سم و $AC \perp BD$ ، و $CM = 14 - 5 = 9$ سم.

$AB^2 = 5^2 + 12^2 = 169$ ، إذن $AB = 13$ سم. $CB^2 = 9^2 + 12^2 = 225$ ، إذن $CB = 15$ سم.

المحيط $= 2 \cdot 15 + 2 \cdot 13 = 56$ سم.

## السؤال 4

1. نعم، في المعيّن زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية.
2. لا، مثلًا في الدالتون في السؤال 3: $AC = 14$ و $BD = 24$.
3. نعم، القطر الرئيسيّ عمود منصّف للقطر الآخر.
4. نعم، القطر الرئيسيّ عمود منصّف للقطر الآخر.
5. لا، في السؤال 3: $AM = 5$ و $CM = 9$.
6. لا، في السؤال 10 زاويتان قائمتان، والدالتون ليس مربّعًا لأنّ $AB = 6$ و $CB = 8$.



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 5

أ.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | ∢BAC = ∢DAC | AC ينصّف ∢BAD (معطى) |
| 2 | AC = AC | ضلع مشترك |
| 3 | ∢BCA = ∢DCA | AC ينصّف ∢BCD (معطى) |
| 4 | △ABC ≅ △ADC | ز.ض.ز |

ب.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | AB = AD و CB = CD | ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين |
| 2 | ABCD دالتون | فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية |

ج.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | المثلّث ABD متساوي الساقين | AB = AD |
| 2 | AM منصّف زاوية الرأس | ∢BAM = ∢DAM ، وM تقاطع القطرين |
| 3 | AM ⊥ BD | منصّف زاوية الرأس في مثلّث متساوي الساقين هو أيضًا ارتفاع |
| 4 | AC ⊥ BD | M على AC |



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 6

أ.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | $AB = AD$ | معطى |
| 2 | $\measuredangle BAE = \measuredangle DAE$ | القطر الرئيسيّ ينصّف الزاوية $\measuredangle BAD$ |
| 3 | $AE = AE$ | ضلع مشترك |
| 4 | $\triangle ABE \cong \triangle ADE$ | ض.ز.ض |

ب.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | $\measuredangle ABE = \measuredangle ADE$ | زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين |
| 2 | $\measuredangle ABC = \measuredangle ADC$ | الزاويتان بين الضلعين غير المتساويين في الدالتون |
| 3 | $\measuredangle ABC - \measuredangle ABE = \measuredangle ADC - \measuredangle ADE$ | طرح زوايا متساوية من زوايا متساوية |
| 4 | $\measuredangle EBC = \measuredangle EDC$ | بحسب 3 |



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 7

أ.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | $KN \parallel BD$ و $KN = BD \div 2$ | قطعة متوسّطة في المثلّث ABD |
| 2 | $LM \parallel BD$ و $LM = BD \div 2$ | قطعة متوسّطة في المثلّث CBD |
| 3 | $KN \parallel LM$ و $KN = LM$ | موازيان لمستقيم ثالث؛ تعويض |
| 4 | KLMN متوازي أضلاع | فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتساويان |

ب.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | $KL \parallel AC$ | قطعة متوسّطة في المثلّث ABC |
| 2 | $AC \perp BD$ | قطرا الدالتون متعامدان |
| 3 | $KL \perp KN$ | $KL \parallel AC$ و $KN \parallel BD$ |
| 4 | KLMN مستطيل | متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة |

ج. $KL = 14 \div 2 = 7$ سم و $KN = 10 \div 2 = 5$ سم، مساحة المستطيل $= 7 \cdot 5 = 35$ سم$^2$، ومساحة الدالتون $= 14 \cdot 10 \div 2 = 70$ سم$^2$، أي أنّ مساحة KLMN نصف مساحة الدالتون.



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 8

أ.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| 1 | $AB = AC$ | معطى |
| 2 | $DB = DC$ | معطى |
| 3 | $AD = AD$ | ضلع مشترك |
| 4 | $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ | ض.ض.ض |
| 5 | $\measuredangle BAD = \measuredangle CAD$ | زاويتان متناظرتان في مثلّثين متطابقين |

ب. $AD$ ينصّف زاوية الرأس في المثلّث المتساوي الساقين $ABC$، لذلك هو أيضًا ارتفاع: $AD \perp BC$. ويمكن القول أيضًا إنّ $ABDC$ دالتون و$AD$ قطره الرئيسيّ.

ج. $\measuredangle ABC = (180° - 40°) \div 2 = 70°$ ، $\measuredangle DBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$ ، إذن $\measuredangle ABD = 70° + 40° = 110°$.

$\measuredangle BAD = 40° \div 2 = 20°$ ، إذن $\measuredangle ADB = 180° - 110° - 20° = 50°$. وبطريقة أخرى: $\measuredangle ADB = 100° \div 2 = 50°$.

## السؤال 9

ب. $AB = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$ ، $AD = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$ ، $CB = \sqrt{(3^2 + 6^2)} = \sqrt{45}$ ، $CD = \sqrt{(3^2 + 6^2)} = \sqrt{45}$.

$AB = AD$ و $CB = CD$ ، إذن $ABCD$ دالتون.

ج. القطر $AC$ يقع على المستقيم $x = 2$ ، والقطر $BD$ على المستقيم $y = 3$ ، ونقطة التقاطع $(2, 3)$.

$AC = 7 - (-3) = 10$ ، $BD = 5 - (-1) = 6$ ، المساحة $= 10 \cdot 6 \div 2 = 30$ وحدة مربّعة.



© المعلّمة كرستين عيد برانسي

## السؤال 10

أ. في المثلّث القائم ABC: $AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ ، إذن $AC = 10$ سم.

المساحة $= 2 \cdot (6 \cdot 8 \div 2) = 48$ سم$^2$.

ب. $AC \cdot BD \div 2 = 48$ ، أي $10 \cdot BD \div 2 = 48$ ، إذن $BD = 9.6$ سم.

ج.

| | الادّعاء | التعليل |
|---|---|---|
| **1** | $OB = AC \div 2$ | المتوسّط إلى الوتر في المثلّث القائم ABC |
| **2** | $OD = AC \div 2$ | المتوسّط إلى الوتر في المثلّث القائم ADC |
| **3** | $OA = OC = AC \div 2$ | O منتصف AC |
| **4** | $OA = OB = OC = OD$ | تعويض |



© المعلّمة كرستين عيد برانسي