مدرسة راهبات المخلص الناصرة
בית ספר נזירות המושיע נצרת
SALVATORIAN SISTERS' SCHOOL NAZARETH
الناصرة ١٦١٠١ ص.ب. ת.ד. P.O.BOX 121 ☎ 04/6554674 🖷 04/6084337 נצרת NAZARETH 16101
E.mail: school@sds-holyland.org www.sds-holyland.org

اسم الطالب: _____ الصف: _____ التاريخ: _____

امتحان نهائيّ – الصف التاسع (5 وحدات)

مدّة الامتحان: 90 دقيقة

أجب عن جميع الأسئلة، وبيّن طريقة الحلّ بالتفصيل.

السؤال 1: معادلة كسريّة وهيئة معادلات مع دالّة تربيعيّة

أ) اكتب مجال التعريف، ثمّ حلّ المعادلة:

$$\frac{x}{x-3}+\frac{2}{x+3}=\frac{18}{x^2-9}$$

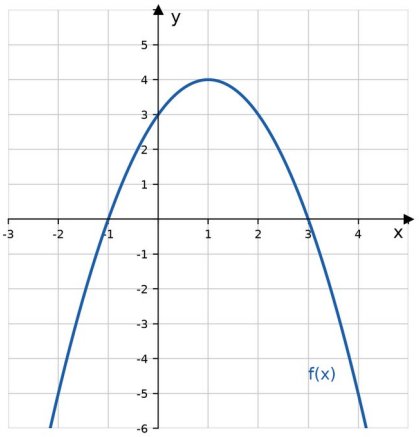
© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ب) حلّ هيئة المعادلات:

$$y = x^2 - 4x + 1$$
$$y = 2x - 4$$

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 2: خصائص الدالّة التربيعيّة والإزاحات



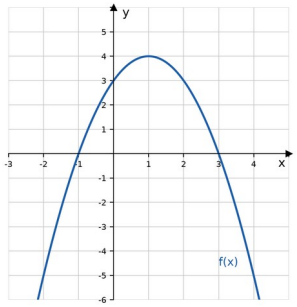
في الرسم: رسم بيانيّ للدالّة $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.
أجب جبريًّا عن البنود الآتية.

أ) جد إحداثيّي رأس القطع المكافئ، وإحداثيّات نقاط تقاطع الدالّة مع المحورين.

ب) اكتب مجال الموجبيّة $(f(x) > 0)$ ومجال التصاعد للدالّة.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

تابع السؤال 2

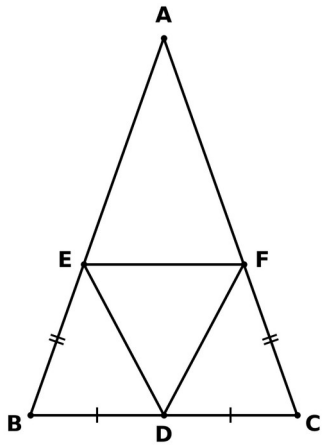


ج) الدالّة $g(x) = f(x - 2)$. صف الإزاحة، ثمّ اكتب $g(x)$ بصورة الرأس وجد إحداثيّي رأسها.

د) الدالّة $h(x) = -f(x)$ هي انعكاس الدالّة $f(x)$ بالنسبة لمحور x. جد إحداثيّي رأس الدالّة $h(x)$ ، وبيّن هل هو نقطة قصوى عظمى أم صغرى.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 3: المثلّث المتساوي الساقين، التطابق والتشابه



في المثلّث ABC معطى: AB = AC. النقطة D منتصف الضلع BC.
النقطة E على الضلع AB ، والنقطة F على الضلع AC ، بحيث BE = CF.

أ) برهن أنّ △CDF ≅ △BDE ، واستنتج أنّ المثلّث DEF متساوي الساقين.

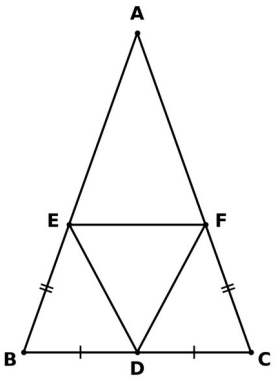
	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		
5		

ب) برهن أنّ BC ∥ EF.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

تابع السؤال 3



ج) برهن أنّ $\triangle ABC \sim \triangle AEF$.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		

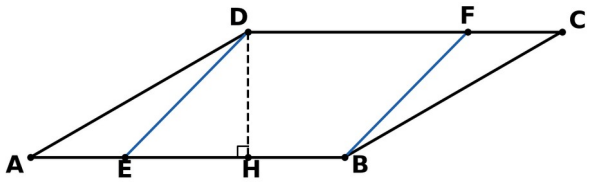
د) معطى أيضًا: $AB = 15$ سم، $BE = 6$ سم، $BC = 10$ سم. احسب طول EF ، ثمّ جد النسبة بين مساحة المثلّث AEF ومساحة المثلّث ABC.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 4: متوازي الأضلاع

ABCD متوازي أضلاع، فيه: $\measuredangle DAB = (x + 6)°$ و $\measuredangle ABC = (5x + 30)°$.

DH ارتفاع على الضلع AB. النقطة E على الضلع AB ، والنقطة F على الضلع CD ، بحيث $AE = CF$.



أ) جد قيمة x ، ثمّ احسب زوايا متوازي الأضلاع.

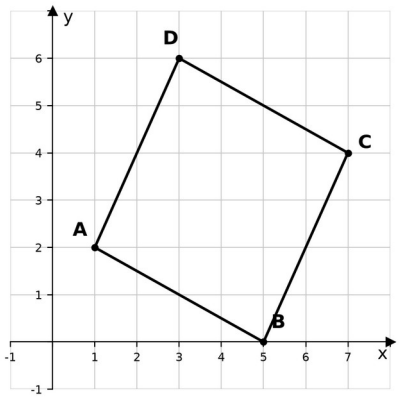
ب) معطى أيضًا: $AB = 10$ سم، $AD = 8$ سم. احسب طول الارتفاع DH (علّل)، ومساحة متوازي الأضلاع، وطول الارتفاع على الضلع AD.

ج) برهن أنّ الشكل الرباعيّ DEBF متوازي أضلاع.

	الادّعاء	التعليل
1		
2		
3		
4		

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

السؤال 5: المعيّن والمربّع في هيئة المحاور



معطاة في هيئة المحاور النقاط الآتية:

A(1, 2) B(5, 0)

C(7, 4) D(3, 6)

أ) احسب ميل كلّ من الأضلاع AB و DC و AD و BC ، واستنتج أنّ ABCD متوازي أضلاع.

ب) احسب طولي الضلعين AB و AD ، واستنتج أنّ ABCD معيّن.

ج) احسب طولي القطرين AC و BD ، واستنتج أنّ ABCD مربّع. ثمّ احسب مساحته.

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

الإجابات

السؤال 1: معادلة كسريّة وهيئة معادلات مع دالّة تربيعيّة

أ)

مجال التعريف: $x \neq 3$ و $x \neq -3$. المقام المشترك: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$.

$x(x + 3) + 2(x - 3) = 18$

$x^2 + 3x + 2x - 6 - 18 = 0$ ، أي $x^2 + 5x - 24 = 0$ ، أي $(x + 8)(x - 3) = 0$

$x = 3$ مرفوض (ليس في مجال التعريف)، إذن الحلّ: $x = -8$

ب)

نساوي: $x^2 - 4x + 1 = 2x - 4$ ، أي $x^2 - 6x + 5 = 0$ ، أي $(x - 1)(x - 5) = 0$

$x = 1$ ، $y = 2 \cdot 1 - 4 = -2$ ، $x = 5$ ، $y = 2 \cdot 5 - 4 = 6$

الحلّان: $(1, -2)$ و $(5, 6)$

السؤال 2: خصائص الدالّة التربيعيّة والإزاحات

أ)

$f(x) = -(x^2 - 2x + 1) + 1 + 3 = -(x - 1)^2 + 4$ ، إذن الرأس: $(1, 4)$

$f(x) = -(x - 3)(x + 1) = 0$ ، إذن التقاطع مع محور x : $(-1, 0)$ و $(3, 0)$

التقاطع مع محور y : $f(0) = 3$ ، أي $(0, 3)$

ب)

القطع المكافئ مفتوح إلى أسفل: مجال الموجبيّة $-1 < x < 3$

مجال التصاعد: $x < 1$ (ومجال التنازل $x > 1$)

ج)

إزاحة أفقيّة بوحدتين إلى اليمين: $g(x) = -(x - 2 - 1)^2 + 4 = -(x - 3)^2 + 4$

رأس $g(x)$: $(3, 4)$

د)

$h(x) = (x - 1)^2 - 4$ ، الرأس: $(1, -4)$

القطع المكافئ $h(x)$ مفتوح إلى أعلى، إذن الرأس نقطة قصوى صغرى.

السؤال 3: المثلّث المتساوي الساقين، التطابق والتشابه

أ)

	الادّعاء	التعليل
1	$BE = CF$	معطى
2	$\measuredangle EBD = \measuredangle FCD$	زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين ($AB = AC$)
3	$BD = CD$	D منتصف BC
4	$\triangle BDE \cong \triangle CDF$	نظريّة التطابق: ضلع، زاوية، ضلع
5	$DE = DF$ ، إذن المثلّث DEF متساوي الساقين	ضلعان متناظران في مثلّثين متطابقين

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ب)

	الادّعاء	التعليل
1	$AE = AB - BE = AC - CF = AF$	$AB = AC$ و $BE = CF$
2	$\sphericalangle AEF = \sphericalangle AFE$ و $\sphericalangle AEF = (180° - \sphericalangle A) : 2$	زاويتا القاعدة في المثلّث المتساوي الساقين AEF
3	$\sphericalangle ABC = (180° - \sphericalangle A) : 2$	زاويتا القاعدة في المثلّث ABC
4	$\sphericalangle AEF = \sphericalangle ABC$ ، إذن $EF \parallel BC$	زاويتان متناظرتان متساويتان، إذن المستقيمان متوازيان

ج)

	الادّعاء	التعليل
1	$\sphericalangle A = \sphericalangle A$	زاوية مشتركة
2	$\sphericalangle AEF = \sphericalangle ABC$	البند ب
3	$\triangle AEF \sim \triangle ABC$	نظريّة التشابه: زاوية، زاوية

د)

$AE = 15 - 6 = 9$ سم. نسبة التشابه:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow \quad EF = \frac{3}{5} \cdot 10 = 6$$

إذن: $EF = 6$ سم.

نسبة المساحتين تساوي مربّع نسبة التشابه:

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

السؤال 4: متوازي الأضلاع

أ)

زاويتان متجاورتان في متوازي الأضلاع مجموعهما $180°$: $(x + 6) + (5x + 30) = 180$

$6x + 36 = 180$ ، إذن $x = 24$

$\sphericalangle DAB = \sphericalangle BCD = 30°$ ، $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 150°$

ب)

في المثلّث القائم AHD : $\sphericalangle DAH = 30°$ ، والضلع المقابل لزاوية $30°$ يساوي نصف الوتر:

$DH = 8 : 2 = 4$ سم.

المساحة: $S = AB \cdot DH = 10 \cdot 4 = 40$ سم مربّع

الارتفاع على AD : $40 : 8 = 5$ سم

© المعلّمة كرستين عيد برانسي

ج)

	الادّعاء	التعليل
1	$AB = CD$ و $AB \parallel CD$	ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع
2	$EB = AB - AE$ ، $DF = CD - CF$	E على AB و F على CD
3	$EB = DF$ و $EB \parallel DF$	من 1 و 2 و $AE = CF$ (معطى)
4	DEBF متوازي أضلاع	شكل رباعيّ فيه زوج من الأضلاع المتقابلة متساوية ومتوازية

السؤال 5: المعيّن والمربّع في هيئة المحاور

أ)

$$m_{AB} = \frac{0-2}{5-1} = -\frac{1}{2}, \quad m_{DC} = \frac{4-6}{7-3} = -\frac{1}{2}$$

$$m_{AD} = \frac{6-2}{3-1} = 2, \quad m_{BC} = \frac{4-0}{7-5} = 2$$

ميل AB يساوي ميل DC ، وميل AD يساوي ميل BC ، إذن $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$: زوجان من الأضلاع المتقابلة متوازيان، إذن ABCD متوازي أضلاع.

ب)

حسب نظريّة فيثاغورس: $AB^2 = 4^2 + 2^2 = 20$ ، $AD^2 = 2^2 + 4^2 = 20$

$$AB = AD = \sqrt{20}$$

متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان هو معيّن.

ج)

$AC^2 = 6^2 + 2^2 = 40$ ، $BD^2 = 2^2 + 6^2 = 40$ ، إذن $AC = BD$

معيّن فيه القطران متساويان هو مربّع.

المساحة: $S = AB^2 = 20$ وحدة مساحة (أو $S = AC \cdot BD : 2 = 40 : 2 = 20$)

© المعلّمة كرستين عيد برانسي